

10. Skládání rovinných monochromatických vln

Ve směru osy x se šíří dvě lineárně polarizované rovinné monochromatické vlny jejichž polarizační směry považujeme pro jednoduchost za totožné

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(\vec{r}, t) &= E_{10} \vec{n} \cos(kx - \omega t), \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= E_{20} \vec{n} \cos(kx - \omega t + \varphi).\end{aligned}$$

Zde E_{10} a E_{20} zadávají velikosti jejich vektorových amplitud a jednotkový vektor \vec{n} definuje jejich společný polarizační směr. Složením těchto vln vzniká výsledná vlna

$$\vec{E}(\vec{r}, t) \equiv \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t).$$

Cvičení 1

- a) Dokažte, že výsledná vlna je rovněž rovinná, monochromatická a lineárně polarizovaná.
b) Dokažte, že pro velikost Poyntingova vektoru výsledné vlny, $S \equiv |\vec{E} \times \vec{H}|$, platí ¹

$$S = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left(\vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \right),$$

kde ε a μ jsou permitivita a permeabilita prostředí.

- c) Dále dokažte, že pro střední hodnotu velikosti Poyntingova vektoru ²

$$\langle S \rangle \equiv \frac{1}{T} \int_0^T S dt$$

platí

$$\langle S \rangle = \langle S_1 \rangle + \langle S_2 \rangle + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{10} E_{20} \cos \varphi,$$

$$\text{kde } \langle S_1 \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{10}^2 \text{ a } \langle S_2 \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{20}^2.$$

Cvičení 2

- a) Načrtněte graf závislosti $\langle S \rangle$ na fázovém posunutí φ za předpokladu, že $E_{10} = E_{20}$. Určete zejména maximální a minimální hodnotu $\langle S \rangle$ a vyjádřete je pomocí $\langle S_1 \rangle = \langle S_2 \rangle$.
b) Načrtněte graf závislosti $\langle S \rangle$ na fázovém posunutí φ pro obecný případ $E_{10} \neq E_{20}$ a určete maximální a minimální hodnotu $\langle S \rangle$ vyjádřenou pomocí $\langle S_1 \rangle$ a $\langle S_2 \rangle$.

¹ Při důkazu využijte faktu, že pro výslednou vlnu, která je podle bodu (a) rovinná a monochromatická, můžeme psát $S = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2$. Proč?

² T je perioda studovaných monochromatických vlnění.