

Derivace ve směru

Pro zadanou funkci, zadaný bod a zadaný směr určete její derivaci v tomto směru ¹:

- a) $f(x, y) = x + 2y$, $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{n} = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$;
- b) $f(x, y) = x^2 - y^2$, $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{n} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$;
- c) $f(x, y) = \arctg \frac{x}{y}$, $\vec{a} = (2, -2)$, $\vec{n} = (1, 1)$;
- d) $f(x, y, z) = x + y^2 + z^3$, $\vec{a} = (0, 1, 2)$, $\vec{n} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$;
- e) $f(x, y, z) = x \cos y \sin z$, $\vec{a} = (1, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$, $\vec{n} = (1, -1, 1)$;
- f) $f(x, y) = x^2 + y^2$, $\vec{a} = (a_x, a_y)$, $\vec{n} = (\cos \varphi, \sin \varphi)$;
- g) $f(x, y, z) = x + y + z$, $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{n} = (\cos \varphi \sin \vartheta, \sin \varphi \sin \vartheta, \cos \vartheta)$.

Výsledky:

Určete směr, v němž má zadaná funkce:

- a) maximální derivaci ve směru v bodě $\vec{a} = (2, 1)$, $f(x, y) = x + 2y$;
- b) maximální derivaci ve směru v bodě $\vec{a} = (-1, 1, 0)$, $f(x, y, z) = x + y + z$;
- c) minimální derivaci ve směru v bodě $\vec{a} = (2, 2)$, $f(x, y) = x^2 + y^2$;
- d) minimální derivaci ve směru v bodě $\vec{a} = (-1, 0, 1)$, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$;
- e) nulovou derivaci ve směru v bodě $\vec{a} = (-1, 1)$, $f(x, y) = -x + y$;
- f) nulovou derivaci ve směru v bodě $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.

Výsledky:

Určete gradient zadané funkce (v obecném bodě definičního oboru):

- a) $f(x, y, z) = \sqrt{x + y + z}$;
- c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$;
- e) $f(\xi, \eta) = \xi^n + \eta^{-n}$;
- b) $f(x, y, z) = \frac{1}{x + y + z}$;
- d) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$;
- f) $f(s, t, u) = \ln(\frac{st}{u})$.

Výsledky:

¹ Nezapomeňte vždy ověřit, zda je vektor, který zadává směr, jednotkový.