

Parciální derivace složených funkcí

Pro zadané funkce $f(x,y)$ resp. $f(x,y,z)$ a $g_1(t)$, $g_2(t)$ a $g_3(t)$ vypočítejte první derivaci funkce $h(t) = f(g_1(t), g_2(t))$ resp. $h(t) = f(g_1(t), g_2(t), g_3(t))$:

- a) $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$, $g_1(t) = 5t - 1$, $g_2(t) = 3 - t$;
- b) $f(x, y) = e^{x/y}$, $g_1(t) = 2t + 3$, $g_2(t) = 2t - 3$;
- c) $f(x, y) = x \ln y$, $g_1(t) = t^2 - 1$, $g_2(t) = t^2 + 1$;
- d) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$, $g_1(t) = \cos t$, $g_2(t) = \sin t$;
- e) $f(x, y) = (x - y)^{20}$, $g_1(t) = e^t$, $g_2(t) = e^{-t}$;
- f) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, $g_1(t) = \sin t$, $g_2(t) = \cos t$, $g_3(t) = \operatorname{tg} t$;
- g) $f(x, y, z) = \ln(x + 2y + 3z)$, $g_1(t) = t$, $g_2(t) = t^2$, $g_3(t) = t^3$;
- h) $f(x, y, z) = xyz$, $g_1(t) = t$, $g_2(t) = e^{2t}$, $g_3(t) = e^{-2t}$.

Výsledky:

Pro zadané funkce $f(u)$, $g(x,y)$ resp. $g(x,y,z)$ vypočítejte všechny první parciální derivace funkce $h(x,y,z) = f(g(x,y))$ resp. $h(x,y,z) = f(g(x,y,z))$:

- a) $f(u) = \sin u$, $g(x, y) = x^2 + y^2$;
- b) $f(u) = e^{-u}$, $g(x, y) = x^n + y^n$;
- c) $f(u) = \cos u$, $g(x, y) = 3x + 4y$;
- d) $f(u) = \sqrt[n]{u}$, $g(x, y, z) = xy^2z^4$;
- e) $f(u) = \operatorname{arctg} u$, $g(x, y, z) = xyz$;
- f) $f(u) = \ln u$, $g(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Výsledky:

Pro zadané funkce $f(x,y)$ a $g_1(u,w)$ a $g_2(u,w)$ vypočítejte všechny první parciální derivace funkce $h(u,w) = f(g_1(u,w), g_2(u,w))$:

- a) $f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$, $g_1(u, w) = 2u + 3w$, $g_2(u, w) = u - 2w$;
- b) $f(x, y) = e^{x/y}$, $g_1(u, w) = u \sin w$, $g_2(u, w) = u \cos w$;
- c) $f(x, y) = x^y$, $g_1(u, w) = u + w$, $g_2(u, w) = u - w$;
- d) $f(x, y) = xy$, $g_1(u, w) = u \operatorname{tg} w$, $g_2(u, w) = w \operatorname{tgu}$;
- e) $f(x, y) = \ln x - \ln y$, $g_1(u, w) = e^u + e^w$, $g_2(u, w) = e^u - e^w$.

Výsledky:

Vypočítejte následující parciální derivace / upravte následující výrazy:

a) $\frac{\partial}{\partial x} \sqrt{x^2 + y^2}$;

d) $\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{x^2 + y^3}$;

h) $2 \frac{\partial}{\partial y} f(2x + y) - \frac{\partial}{\partial x} f(2x + y)$;

b) $\frac{\partial}{\partial y} (x + y)^{20}$;

e) $\frac{\partial}{\partial y} \ln(x + \ln y)$;

i) $a \frac{\partial}{\partial y} f(ax + by) - b \frac{\partial}{\partial x} f(ax + by)$;

c) $\frac{\partial}{\partial x} \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$;

f) $\frac{\partial}{\partial z} \cos(x + y^2 + z^3)$;

j) $\frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x + y) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x + y)$;

d) $\frac{\partial}{\partial y} \operatorname{arccotg} \frac{x}{y}$;

g) $\frac{\partial}{\partial z} \arcsin(z \cos x + yz)$;

k) $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x - ct) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x - ct)$.

Výsledky:
