

## Parciální derivace

---

---

**Pro následující funkce dvou proměnných vypočítejte všechny první a druhé parciální derivace a ověřte rovnost smíšených druhých derivací:**

a)  $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ ;    c)  $f(x, y) = \operatorname{arctg}(xy)$ ;    e)  $f(x, y) = x \ln y$ ;

b)  $f(x, y) = e^x \cos y$ ;    d)  $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$ ;    f)  $f(x, y) = x^y$ .

**Výsledky:**

---

---

**Pro následující funkce tří proměnných vypočítejte všechny první a druhé parciální derivace a ověřte rovnost smíšených druhých derivací:**

a)  $f(x, y, z) = xyz$ ;    c)  $f(x, y, z) = e^{(x+y)^2}$ ;    e)  $f(x, y, z) = z \ln \frac{x}{y}$ ;

b)  $f(x, y, z) = e^{(x^2+y^2+z^2)}$ ;    d)  $f(x, y, z) = x + y^2 + z^3$ ;    f)  $f(x, y, z) = e^{xyz}$ .

**Výsledky:**

---

---

**Pro následující funkce více proměnných vypočítejte všechny první parciální derivace:**

a)  $f(x_1, \dots, x_{20}) = \sum_{k=1}^{20} kx_k$ ;

b)  $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} x_k^k$ ;

c)  $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n (k-1)! (x_k - k)^k$

d)  $f(x_1, \dots, x_4) = \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^4 x_j x_k$ ;

e)  $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n x_j x_k$ .

**Výsledky:**

---

---

**Vypočítejte následující parciální derivace:**

a)  $\frac{\partial}{\partial x} \left( x \frac{z^2 \ln y - \sin z}{y^z} \right);$     c)  $\frac{\partial}{\partial a} (b \cos a - a \cos b);$     e)  $\frac{\partial}{\partial a} (x \ln y - x^y)$   
b)  $\frac{\partial}{\partial y} (x^x - y \ln x);$     d)  $\frac{\partial}{\partial \xi} (\xi^\eta - \eta^\xi)$     f)  $\frac{\partial}{\partial t} (s + u \cos s)$

**Výsledky:**

---

---

**Ověřte, že uvedené funkce splňují parciální diferenciální rovnici**

a)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0 : u(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x};$   
b)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0 : u(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2};$   
c)  $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 : u(x, y) = e^{1/(x+y)};$   
d)  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 1 : u(x, y) = \ln(e^x + e^y).$

---

---