

Integrace racionální lomených funkcí

Pro každou primitivní funkci určete její definiční obor !

Vypočítejte:

- a) $\int \frac{4}{2x-1} dx, \int \frac{x+1}{x-1} dx;$
- b) $\int \frac{ax+b}{cx+d} dx$, kde a, b, c a d jsou zadané konstanty, $c \neq 0$;
- c) $\int \frac{x^2+x+3}{x-1} dx, \int \frac{x^6+1}{x+1} dx;$
- d) $\int \frac{1}{x} \left(\sum_{n=0}^N A_n x^n \right) dx$, kde A_n jsou zadané konstanty;
- e) $\int \frac{1}{x-a} \left(\sum_{n=0}^N A_n (x-a)^n \right) dx$, kde A_n a a jsou zadané konstanty.

Výsledky:

- a) $[2 \ln|2x-1| + C] [x + 2 \ln|x-1| + C];$
- b) $\left[\frac{1}{c} \left[ax + \frac{1}{c} (bc - ad) \ln|cx+d| \right] + C \right];$
- c) $\left[\frac{1}{2} x^2 + 2x + 5 \ln|x-1| + C \right] \left[2 \ln|x+1| + \sum_{n=1}^6 \left(\frac{(-1)^n}{n} x^n \right) + C \right];$
- d) $\left[A_0 \ln|x| + \sum_{n=1}^N \left(\frac{A_n}{n} x^n \right) + C \right];$
- e) $\left[A_0 \ln|x-a| + \sum_{n=1}^N \left[\frac{A_n}{n} (x-a)^n \right] + C \right].$
-
-

Vypočítejte:

- a) $\int \frac{1}{x^2-3x+2} dx, \int \frac{1}{x^2-2x+1} dx, \int \frac{1}{x^2+3x+6} dx;$
- b) $\int \frac{x^2+1}{x^2-1} dx;$
- c) $\int \frac{2x^4-2x^3+3x^2-2}{x^2-x} dx;$
- d) $\int \frac{1}{x^2} \left(\sum_{n=0}^N A_n x^n \right) dx$, kde A_n jsou zadané konstanty.

Výsledky:

- a) $\left[\ln|(x-2)/(x-1)| + C \right] \left[-1/(x-1) + C \right] \left[\frac{2}{\sqrt{15}} \arctg\left(\frac{2}{\sqrt{15}}x + \frac{3}{\sqrt{15}}\right) + C \right];$
- b) $\left[x + \ln|(x-1)/(x+1)| + C \right];$
- c) $\left[\frac{2}{3} x^3 + 3x + 2 \ln|x| + \ln|x-1| + C \right];$
- d) $\left[C - \frac{A_0}{x} + A_1 \ln|x| + \sum_{n=2}^N \frac{A_n}{n-1} x^{n-1} \right].$
-
-

Vypočítejte:

a) $\int \frac{x^2 + 2x - 2}{x^3 + 1} dx;$

b) $\int \frac{2x - 7}{x^4 + x^3 + x^2} dx;$

c) $\int \frac{x^3 - 1}{x^3 - x} dx;$

d) $\int \frac{x^4}{x^3 + 1} dx.$

Výsledky:

a) $\left[\ln(x^2 - x + 1) - \ln|x + 1| + C \right];$

b) $\left[\frac{7}{x} + 9 \ln|x| - \frac{9}{2} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{5}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + C \right];$

c) $\left[x + \ln|x/(x + 1)| + C \right];$

d) $\left[\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3} \ln|x + 1| - \frac{1}{6} \ln(x^2 - x + 1) - \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}x - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + C \right].$
