

## Primitivní funkce, neurčitý integrál

---

Pro každou primitivní funkci určete její definiční obor !

---

Ověřte platnost následujících rovností:

- a)  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ,  $n \neq -1$  ;  
b)  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$  ;  
c)  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$  ;  
d)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$  ;  
e)  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{cotg} x + C$  ;  
f)  $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$  ;  
g)  $\int [af(x)] dx = a \int f(x) dx$ ,  $a$  je zadaná konstanta.

Vysvětlete, proč mohou platit současně dvojice níže uvedených rovností:

- h)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C_1$  a  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = -\arccos x + C_2$  ;  
i)  $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C_1$  a  $\int \frac{1}{1+x^2} dx = -\operatorname{arccotg} x + C_2$ .
- 

Vypočítejte:

- a)  $\int (6x^7) dx$  ;  
b)  $\int (x^4 + 3x^3 - x^2 + 2x - 3) dx$  ;  
c)  $\int (a_n x^n + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-4} x^{n-4}) dx$ ,  $a_n, a_{n-2}$  a  $a_{n-4}$  jsou zadané konstanty,  $n > 4$  ;  
d)  $\int \left( \sum_{n=1}^N a_n x^n \right) dx$ ,  $a_n$  jsou zadané konstanty a  $n, N \in \mathbb{N}$ .

Výsledky:

- a)  $\left[ \frac{3}{4} x^8 + C \right]$  ;  
b)  $\left[ \frac{1}{5} x^5 + \frac{3}{4} x^4 - \frac{1}{3} x^3 + x^2 - 3x + C \right]$  ;  
c)  $\left[ \frac{a_n}{n+1} x^{n+1} + \frac{a_{n-2}}{n-1} x^{n-1} + \frac{a_{n-4}}{n-3} x^{n-3} + C \right]$  ;  
d)  $\left[ \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{n+1} x^{n+1} + C \right]$ .
- 

Vypočítejte:

- a)  $\int \frac{x+1}{x} dx$  ;  
b)  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$ .

- c)  $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$  ;
- d)  $\int \frac{x + \sqrt{1-x^2}}{x\sqrt{1-x^2}} dx$  ;
- e)  $\int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx$  ;
- f)  $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$  ;
- g)  $\int \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \cos 2x} dx$  ;
- h)  $\int \frac{\cot x + \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx$  ;
- i)  $\int \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} dx$  ;
- j)  $\int |x| dx$  .

**Výsledky:**

- a)  $[x + \ln|x| + C]$  ;
- b)  $[\frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + C]$  ;
- c)  $[\frac{1}{3}x^3 + \operatorname{arctg} x + C]$  ;
- d)  $[\ln|x| + \operatorname{arcsin} x + C]$  ;
- e)  $[\frac{8}{15}x^{15/8} + C]$  ;
- f)  $[\frac{1}{2}(x + \operatorname{tg} x) + C]$  ;
- g)  $[\frac{1}{2}x + C]$  ;
- h)  $[\frac{1}{2}(\operatorname{tg} x - \cot x) + C]$  ;
- i)  $[-\cos x + C \text{ pro } \cos x > 0, \cos x + C \text{ pro } \cos x < 0]$  ;
- j)  $[\frac{1}{2}x^2 + C \Leftrightarrow x \geq 0, -\frac{1}{2}x^2 + C \Leftrightarrow x \leq 0]$  .
- 
-