Vektorový a tenzorový počet

Příklad 1 Vektory a jejich transformace

a) Nalezněte transformační matici pro otočení souřadnicové soustavy o úhel φ kolem osy z (x, y).
b) Dokažte, že součet dvou vektorů a násobek vektoru číslem je vektor a že skalární součin dvou vektorů je skalár.
c) Nalezněte matici transformace v rovině pro dvě po sobě jdoucí pootočení o úhly φ_1 a φ_2.

Příklad 2 Vektorové identity

Dokažte výpočtem ve složkách, že platí:

a) $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$,
b) $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot(\vec{c}\times\vec{d})=(\vec{a}\cdot\vec{c})(\vec{b}\cdot\vec{d})-(\vec{a}\cdot\vec{d})(\vec{b}\cdot\vec{c})$,
c) $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=\vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c})-\vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$.

Příklad 3 Vektorové identity

Dokažte výpočtem ve složkách, že platí:

a) $\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,\varphi=\vec{0}$,
b) $\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}=0$,
c) $\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}=\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{A}-\Delta\vec{A}$.

Příklad 4 Vektorové identity

Vypočtěte (Q je konstanta, $\vec{A}$ konstantní vektor, $\vec{r}=[x,y,z]$ a $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$):

a) $\mathrm{grad}\left(\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r}\right)$,
b) $\mathrm{div}\left(\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{r}}{r^3}\right)$,
c) $\mathrm{rot}\,(\vec{A}\times\vec{r})$.