

OSTRAVSKÁ UNIVERZITA V OSTRAVĚ



MOLEKULOVÁ FYZIKA 1

Molekulové jevy v kapalinách

ERIKA MECHLOVÁ

OSTRAVA 2004

Tento projekt byl spolufinancován Evropskou unií a českým státním rozpočtem

Recenzent:

Prof. RNDr. Vilém Mádr, CSc.

Název:	Molekulová fyzika 1
Autor::	Prof. RNDr. Erika Mechlová, CSc.
Vydání:	první, 2004
Počet stran:	63
Náklad:	50
Tisk:	Ediční středisko CIT OU

Studijní materiály pro distanční kurz: Molekulová fyzika

Jazyková korektura nebyla provedena, za jazykovou stránku odpovídá autor.
Určeno výhradně pro kurzy Celoživotního vzdělávání Moravskoslezska

Vydavatel a tisk: Ostravská univerzita v Ostravě,
Systém celoživotního vzdělávání Moravskoslezska

© Prof. RNDr. Erika Mechlová, CSc.
© Ostravská univerzita v Ostravě

ISBN 80-7042-989-5

OBSAH PŘEDMĚTU

ÚVOD	5
1 MOLEKULA A MEZIMOLEKULOVÉ SÍLY.....	7
1.1 Molekula	7
1.2 Mezimolekulové síly	8
1.2.1 Dosah molekulových sil	8
1.2.2 Lenardův-Jonesův potenciál.....	9
1.2.3 Druhy mezimolekulových potenciálních energií	10
Shrnutí	11
2 STRUKTURA A VLASTNOSTI KAPALIN	13
2.1 Molekulové jevy.....	13
2.2 Koheze a adheze.....	13
2.2.1 Koheze.....	13
2.2.2 Adheze.....	14
2.3 Kapalina a jiné látky.....	14
2.4 Struktura kapalin	16
2.5 Vlastnosti kapalin.....	17
Shrnutí	17
3 POVRCHOVÉ NAPĚTÍ A POVRCHOVÁ ENERGIE	19
3.1 Jev povrchové napětí.....	19
3.2 Fyzikální veličina povrchové napětí	21
3.3 Povrchová energie	23
3.4 Plošná hustota povrchové energie	24
3.5 Plošná hustota energie a povrchové napětí	25
3.6 Povrchově aktivní látky.....	26
Shrnutí	27

4 MOLEKULOVÝ TLAK A KAPILÁRNÍ TLAK	31
4.1 Molekulový tlak.....	31
4.1.1 Vznik molekulového tlaku.....	32
4.2 Kapilární tlak	32
4.2.1 Tlaková bilance uvnitř kapaliny se zakřiveným povrchem	32
4.2.2 Kapilární tlak uvnitř kulové bubliny	35
Shrnutí	36
5 KAPILÁRNÍ JEVY.....	39
5.1 Kapilární jevy a jejich příčiny	39
5.2 Smáčivost kapalin a krajní úhel.....	40
5.2.1 Smáčející kapaliny.....	40
5.2.2 Nesmáčející kapaliny.....	43
5.2.3 Krajní úhel	44
5.3 Kapilární elevace	45
5.4 Kapilární deprese	48
5.5 Kapky na povrchu druhé kapaliny	49
5.5.1 Kapka se udrží na hladině druhé kapaliny	49
5.5.2 Kapka se rozlije na hadině druhé kapaliny	50
Shrnutí	51
6 MĚŘENÍ POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ.....	59
6.1 Měření povrchového napětí kapkovou metodou	59
6.2 Porovnávací metoda měření povrchového napětí.....	60
6.2 Měření povrchového napětí z kapilární elevace	60
Shrnutí	61
ZÁVĚR	63
ŘEŠENÍ ÚLOH	64
LITERATURA	65

ÚVOD

Studijní opora byla napsána k předmětu *Molekulová fyzika*. Jedná se o část zaměřenou na molekulové jevy v kapalinách. V mnoha vysokoškolských kompendiích není této části obec věnována pozornost. Přitom molekulové jevy v kapalinách se každého z nás každodenně dotýkají, například při mytí našeho těla, při mytí nádobí, i při mytí auta. Opora může být používána v úvodních vysokoškolských kurzech fyziky všech zaměření.

První kapitola je úvodem do mezimolekulových sil, z nichž další vlastnosti kapalin vyplývají. Podrobně je uveden jev povrchové napětí, molekulový tlak, kapilární tlak, kapilární jevy. Opora končí návrhy na měření povrchového napětí kapalin. jevy vyplývají.

Studijní opora je napsána poměrně podrobně. Autorka předpokládá, že bude sloužit k samostudiu studujících. Slouží především k dobrému pochopení jednotlivých jevů. Kde je to možné, jsou uváděny definice základních pojmů. Mnoho příkladů z praxe poslouží také lepšímu pochopení učiva.

V textu na konci každé kapitoly je uvedeno shrnutí kapitoly. Potom následují otázky a úkoly, které obsahují úlohy různé náročnosti. U problémových úloh, které vyžadují tvořivé myšlení a jsou uvedeny pod označením „korespondenční úkoly“, tutor určí, který úkol máte vypracovat a domluvenou formou tutorovi odeslat k hodnocení. Na konci opory jsou uvedena řešení úloh.

Přeji příjemné chvílky nad molekulovými jevy v kapalinách.

V Ostravě 5. ledna 2004

Erika Mechlová, autorka studijní opory

Po prostudování textu budete znát:

- druhy a dosah mezimolekulových sil;
- strukturu a vlastnosti kapalin;
- povrchové napětí a povrchovou energii kapalin;
- molekulový tlak a kapilární tlak;
- kapilární jevy;
- měření povrchového napětí.

Budete schopni:

- poznat, zdůvodnit a využívat jevy, které nastávají vlivem povrchového napětí, například proč přes deštník neprší;
- určit vliv povrchově aktivních kapalin;
- vyvodit důsledky plynoucí z kapilárního tlaku pro jevy v přírodě.

Získáte:

- ucelený přehled o mezimolekulových silách v kapalinách;
- hlubší vhled do jevů koheze a adheze;
- ucelený přehled o základních vlastnostech kapalin;
- možnost ovlivňovat jevy v přírodě způsobené kapilárním tlakem.

Čas potřebný k prostudování učiva předmětu:
15 + 30 hodin (teorie + řešení úloh)

SYMBOLY VE STUDIJNÍ OPOŘE**Příklad****Úkol k textu, odpověď naleznete v předchozím textu****Úkol k zamyšlení****Část pro zájemce**

Korespondenční úkol – nutno odeslat doporučenou formou tutorovi
Maximálně 2 strany

**Shrnutí kapitoly****Otázky****Úlohy, odpovědi naleznete v předcházejícím textu****Průvodce studiem***Neformální pokyny ke studiu.***Další zdroje**

1 MOLEKULA A MEZIMOLEKULOVÉ SÍLY

V této kapitole se dozvíte:

- o základních druzích mezimolekulových sil;
- o dosahu mezimolekulových sil;
- o druzích mezimolekulových potenciálních energií.

Budete schopni:

- zdůvodnit, proč atomy tvoří stabilní soustavu - molekulu;
- zakreslit a vysvětlit závislost sil působících mezi dvěma molekulami;
- vysvětlit, jak závisejí vlastnosti látek na mezimolekulových silách.

Klíčová slova této kapitoly:

Molekula, chemická vazba, mezimolekulové síly, dosah mezimolekulových sil, Lennardův-Jonesův potenciál 6-12, mezimolekulové potenciální energie .



Čas potřebný k prostudování učiva kapitoly:
1 hodina teorie + 1 hodina řešení úloh

1.1 MOLEKULA

Molekula je základní částí chemické sloučeniny. Je to nejmenší část chemické sloučeniny, která se účastní chemické reakce, např. molekula vodíku H_2 , molekula vody H_2O .

Molekula je stabilní soustava, v níž jsou atomy, které ji tvoří, navzájem vázány silami vzájemného působení (viz vazby v pevných látkách). Souhrn těchto sil označujeme jako **chemická vazba** mezi atomy.

Mezi atomy se vytvoří chemická vazba jen tehdy, nastane-li jejich spojením ve vnějších elektronových slupkách takové přeskupení valenčních elektronů, jemuž přísluší větší stabilita než elektronovým seskupením v atomech. Vnitřní elektrony atomů v molekule, které tvoří zpravidla uzavřená seskupení, zůstávají chemickou vazbou nedotčeny. Podle uspořádání vnějších elektronů se rozeznávají různé druhy vazeb (např. iontová vazba, kovalentní vazba, van der Waalsova vazba, vodíková vazba).

1.2 MEZIMOLEKULOVÉ SÍLY

Mezimolekulové síly působí mezi základními stavebními částicemi látky, tj. mezi atomy, ionty a molekulami. Kterékoli dvě molekuly na sebe působí interakčními silami, které závisejí na druhu těchto molekul a na jejich vzájemné vzdálenosti. Při prvním přiblížení stačí rozlišovat dva hlavní druhy těchto sil:

1. *Přitažlivé síly* mají původ v tom, že polohy elektronů v jedné molekule jsou vždy v určitém vztahu k polohám elektronů ve druhé molekule. Výsledkem je vždy vzájemná elektrická přitažlivost obou molekul. Přitažlivé síly se nazývají **kohezí síly (soudržnostní síly)**. Rozlišujeme síly Londonovy, van der Waalsovy, polární, síly tvořící vodíkové můstky apod.
2. *Odpudivé síly* mají původ hlavně ve vzájemném elektrostatickém odpuzování elektronových obalů vnějších elektronů interagujících molekul, atomů, iontů apod.

1.2.1 Dosah molekulových sil

Přitažlivé síly $\vec{F}_1$ mezi molekulami se zmenšují se vzájemnou vzdáleností r molekul tak, že jsou nepřímo úměrné její sedmé mocnině

$$F_1 = -\frac{k_1}{r^7},$$

kde k_1 je kladná konstanta. Pokles přitažlivých sil mezi molekulami je velmi rychlý.

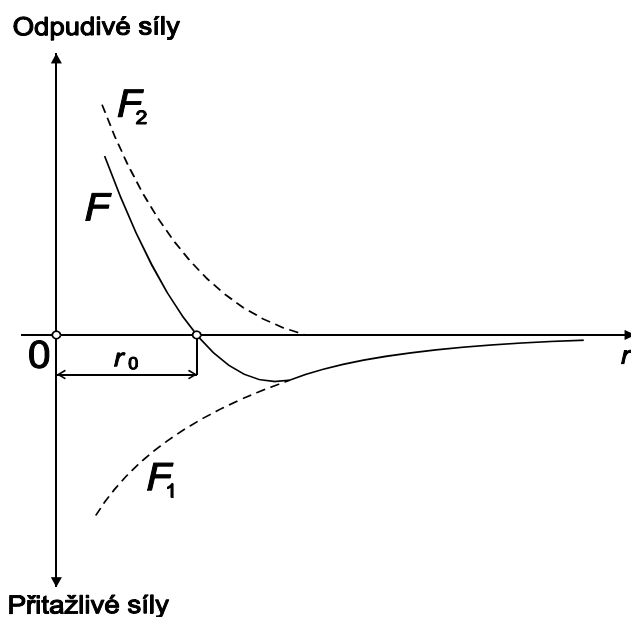
Odpudivé síly $\vec{F}_2$ mají značně kratší dosah

$$F_2 = \frac{k_2}{r^{13}},$$

kde k_2 je kladná konstanta.

Porovnáme absolutních hodnoty obou vztahů, tj. vztahu pro přitažlivé síly a pro odpudivé síly. Odpudivé síly mezi molekulami klesají rychleji než přitažlivé síly. Proto nastane stav, kdy v určité vzdálenosti obou molekul budou velikosti přitažlivých sil a odpudivých sil stejně velké – v této vzdálenosti síly budou působit, budou však v rovnováze. A právě v této vzdálenosti obě molekuly nalezneme.

Na obrázku 1.1 *Průběh mezimolekulových sil* je uvedeno grafické znázornění závislosti vzájemného silového působení dvou částic na vzdálenosti r ve speciálním případě dvouatomové molekuly.



Obr. 1.1 Průběh mezimolekulových sil

Velikost odpudivé síly $\vec{F}_2$ je nanesena podle nejčastěji používané dohody v kladném směru osy, velikost přitažlivé síly $\vec{F}_1$ v záporném směru. Velikost výslednice $\vec{F}$ těchto působících sil je nulová pro vzdálenost částic r_0 . Částice jsou v tomto případě v rovnovážné poloze. Vzdálenost r_0 se nazývá **délka vazby**.

Každou z uvedených sil lze vyjádřit jako gradient příslušné potenciální energie:

$$\vec{F} = -\text{grad}U.$$

Pro síly s radiální symetrií, tj. takové, pro něž není žádný směr v prostoru preferován, přitom platí

$$F = -\frac{\partial U(r)}{\partial r}.$$

1.2.2 Lennardův-Jonesův potenciál

Je výhodné hledat místo vztahů pro jednotlivé síly spíše vztahy pro jejich potenciální energii. Energii mezimolekulového působení lze potom vyjádřit

$$U(r) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right],$$

kde ε je maximální hodnota energie přitahování (tzn. udává hloubku potenciálové jámy) a σ představuje jednu z hodnot r pro něž platí $U(r) = 0$ (druhou takovou hodnotou je $r \rightarrow \infty$). Uvedený potenciál se nazývá **Lennardův-Jonesův potenciál 6-12**.

1.2.3 Druhy mezimolekulových potenciálních energií

Rozlišujeme tyto druhy mezimolekulových a meziiontových potenciálních energií (viz mezimolekulové síly):

1. Energie coulombické interakce mezi ionty, která vede k přitažlivému dalekodosahovému působení. Pro interakční energii platí

$$U \approx \frac{1}{r}.$$

2. Energie interakce mezi permanentními elektrickými dipóly

$$U \approx \frac{1}{r^6}.$$

3. Energie interakce mezi iontem a elektrickým dipólem, který tento ion indukuje v jiné molekule

$$U \approx \frac{1}{r^4}.$$

4. Energie interakce mezi permanentním elektrickým dipólem a elektrickým dipólem, který tento dipól indukuje v jiné molekule

$$U \approx \frac{1}{r^6}.$$

5. Energie interakce mezi neutrálními atomy a molekulami typu vzácných plynů

$$U \approx \frac{1}{r^6}.$$

6. Překryvová energie, která má původ v interakci kladných jader a elektronového obalu jedné molekuly, překrytí vede k odpuzování při velmi malých molekulových vzdálenostech

$$U \approx \frac{1}{r^6} \text{ až } U \approx \frac{1}{r^{12}}.$$

Van der Waalsovy přitažlivé mezimolekulové síly mají původ v interakcích, které mají za následek potenciální energie typů 2, 4 a 5 z výše uvedených typů.

Působením mezimolekulových sil vznikají molekulové jevy.

Mezi molekulové jevy patří

- koheze,
- adheze,
- povrchové napětí,
- kapilární jevy,
- adsorpce.

Tyto jevy jsou popisovány pomocí fyzikálních veličin

- povrchové napětí,
- povrchová energie,
- molekulový tlak,
- kapilární tlak.



Shrnutí kapitoly

Molekula je základní částí chemické sloučeniny. Je to nejmenší část chemické sloučeniny, která se účastní chemické reakce. Molekula je stabilní soustava, v níž jsou atomy, které ji tvoří, navzájem vázány silami vzájemného působení. Souhrn těchto sil označujeme jako *chemická vazba* mezi atomy.

Mezimolekulové síly působí mezi základními stavebními částicemi látky, tj. mezi atomy, ionty a molekulami. Kterékoli dvě molekuly na sebe působí interakčními silami, které závisí na druhu těchto molekul a na jejich vzájemné vzdálenosti. Při prvním přiblížení stačí rozlišovat dva hlavní druhy těchto sil. *Odpudivé síly* mají původ hlavně ve vzájemném elektrostatickém odpuzování elektronových obalů vnějších elektronů interagujících molekul, atomů, iontů atd. *Přitažlivé síly* mají původ v tom, že polohy elektronů v jedné molekule jsou vždy v určitém vztahu k polohám elektronů ve druhé molekule. Výsledkem je vždy vzájemná elektrická přitažlivost obou molekul. Přitažlivé síly se nazývají *kohezní síly* (*soudržnostní síly*). Rozlišujeme síly Londonovy, van der Waalsovy, polární, síly tvořící vodíkové můstky atd.

Dosah mezimolekulových sil se liší podle jejich druhu. Přitažlivé síly $\vec{F}_1$ mezi molekulami se zmenšují se vzájemnou vzdáleností r molekul tak, že jsou nepřímo úměrné její sedmé mocnině $F_1 = -\frac{k_1}{r^7}$, kde k_1 je kladná konstanta. Pokles

přitažlivých sil mezi molekulami je velmi rychlý. Odpudivá síla $\vec{F}_2$ má značně kratší dosah $F_2 = \frac{k_2}{r^{13}}$, kde k_2 je kladná konstanta. Odpudivé síly mezi

molekulami klesají rychleji než přitažlivé síly. Proto nastane stav, kdy v určité vzdálenosti obou molekul budou velikosti přitažlivých sil a odpudivých sil stejně velké, molekuly jsou potom v rovnovážné poloze.

Je výhodné hledat místo vztahů pro jednotlivé síly spíše vztahy pro jejich **potenciální energie**. Energii mezimolekulového působení lze potom vyjádřit

$$U(r) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right], \text{ kde } \varepsilon \text{ je maximální hodnota energie přitahování (tzn.}$$

udává hloubku potenciálové jámy) a σ představuje jednu z hodnot r pro něž platí $U(r) = 0$ (druhou takovou hodnotou je $r \rightarrow \infty$). Uvedený potenciál se nazývá *Lennardův-Jonesův potenciál 6-12*.

Druhy mezimolekulových potenciálních energií: energie coulombické interakce mezi ionty, energie interakce mezi permanentními elektrickými dipóly, energie interakce mezi iontem a elektrickým dipólem, který tento ion indukuje v jiné molekule, energie interakce mezi permanentním elektrickým dipólem a elektrickým dipólem, který tento dipól indukuje v jiné molekule, energie interakce mezi neutrálními atomy a molekulami typu vzácných plynů, překryvová energie, která má původ v interakci kladných jader a elektronového obalu jedné molekuly, překrytí vede k odpuzování při velmi malých molekulových vzdálenostech, Van der Waalsovy přitažlivé mezimolekulové síly, které mají původ v již vyjmenovaných interakcích.

**Otázky**

1. Uveďte svou představu o molekule.
2. Proč atomy tvoří stabilní soustavu, kterou nazýváme molekula?
3. Mezi kterými základními částicemi působí mezimolekulové síly?
4. Které druhy sil působí mezi molekulami?
5. Jaký je průběh sil působících mezi molekulami?
 - a) Zakreslete do grafu závislost sil působících mezi dvěma molekulami na jejich vzdálenosti.
 - b) Vysvětlete slovně Vaše grafické vyjádření.
 - c) Definujte délku vazby.
6. Proč je vhodné vyjadřovat vazbu mezi molekulami pomocí potenciální energie vazby?
7. Které druhy mezimolekulových druhů energií znáte?
 - a) Uveďte, jak jednotlivé druhy mezimolekulových energií závisují na vzájemné vzdálenosti molekul.
 - b) Porovnejte jednotlivé druhy mezimolekulových energií a seřadte je od vazby nejsilnější po nejslabší.
 - c) Závisí vlastnosti látek na mezimolekulových energiích? V případě, že ano, uveďte jak.

**Průvodce studiem**

Dostí nepříjemnou první kapitolu jste zvládl(a). Další kapitoly budou pro Vás přijatelnější, protože se zabývají konkrétními jevy, které denně kolem sebe můžete pozorovat. Přeji zdar do dalšího studia.

2 STRUKTURA A VLASTNOSTI KAPALIN

V této kapitole se dozvíte:

- o molekulových jevech v kapalinách;
- o kohezi a adhezi;
- o struktuře kapalin;
- o vlastnostech kapalin.

Budete schopni:

- vysvětlit vznik kohezí a adhezí síly;
- vysvětlit kvazikrystalickou strukturu kapalin;
- porovnat vlastnosti kapaliny s vlastnostmi plynu a pevné látky..

Klíčová slova této kapitoly:

Molekulové jevy v kapalinách, koheze, adheze, kvazikrystalická struktura kapalin, vlastnosti kapalin.



Čas potřebný k prostudování učiva kapitoly:
1 hodina teorie + 1,5 hodiny řešení úloh

2.1 MOLEKULOVÉ JEvy

Molekulové jevy vznikají působením mezimolekulových sil. Mezi molekulové jevy patří

- koheze,
- adheze,
- povrchové napětí,
- kapilární jevy a
- adsorpce.

Tyto jevy jsou popisovány pomocí fyzikálních veličin

- povrchové napětí,
- povrchová energie,
- molekulový tlak a
- kapilární tlak.

2.2 KOHEZE A ADHEZE

2.2.1 Koheze

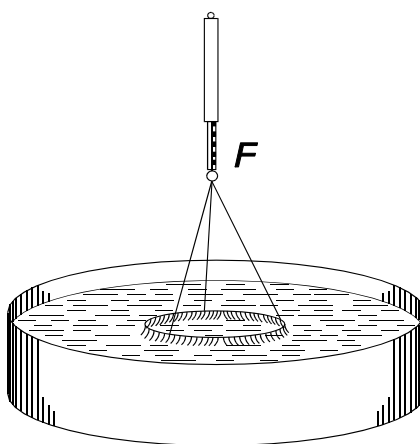
Koheze, též **soudržnost**, je jev vznikající působením přitažlivých sil mezi částicemi dané látky.

Koheze se projevuje u pevných a kapalných látek. U plynů, které nejsou blízko stavu zkapalnění, se projevuje koheze v daleko menší míře. Vazebná síla, kterou na sebe působí částice téže látky, se nazývá kohezí síla. Viz též mezimolekulové síly.

2.2.2 Adheze

Adheze, též **přilnavost**, je jev vznikající působením přitažlivých sil mezi částicemi povrchových vrstev dvou stýkajících se různých látek.

Příkladem může být adheze kapaliny, která smáčí danou pevnou látku (viz smáčivost). Síla smáčivosti, kterou na sebe působí částice povrchových vrstev dvou stýkajících se různých látek, se nazývá **adhezní síla**.



Obr. 2.1 Adhezní síly



Příklad adhezních sil mezi skleněnou destičkou a vodou můžete pozorovat při provedení pokusu podle obrázku 2.1 *Adhezní síly*. V první fázi pokusu, který není zobrazen, je skleněná kruhová destička zavěšena na siloměru. Siloměr měří sílu, kterou destička působí na siloměr. Potom zlehka položte celou plochou skleněnou destičku na vodní hladinu. Molekuly skleněné destičky zavěšené na siloměru a molekuly vody na povrchu vodní hladiny na sebe působí adhezními silami, přitahují se. Chceme-li nyní svisle zvednout skleněnou destičku, která se dotýká hladiny vody, musíme na ni působit značně větší silou, než silou, která je v rovnováze s tíhovou silou destičky. Všimněte si výchylky na siloměru. Destička se odtrhne, ale její spodní stěna je mokrá. Odtrhla se voda od vody a ne voda od skla. Adhezní síly voda-sklo jsou větší než kohezí síly vody.

2.3 KAPALINA A JINÉ LÁTKY

Kapalina je látka, která má určitý objem, ale nemá pevný tvar, takže tvar přijímá podle tvaru nádoby. Kapalina tvoří přechod mezi plyny a pevnými látkami.

Porovnáme změny vlastností látek při změnách skupenství:

- Pevná látka při tání, když se mění v kapalinu, mění vlastnosti skokem. Hustota dané pevné látky a její kapaliny se příliš neliší. Například hustota ledu za normálního tlaku při 0 °C je 917 kg/m³ a hustota vody za stejných podmínek je 999,84 kg/m³.
- Kapalina při vypařování, když se mění v plyn, mění vlastnosti také skokem. Hustota kapaliny je mnohem větší než hustota její syté páry. Například hustota vody za normálního tlaku při 30 °C je 995,6 kg/m³ a hustota její syté páry za stejných podmínek je 30,3 kg/m³.

Příčiny uvedených vlastností jsou v jejich struktuře, tj. uspořádání základních stavebních částic. Uvedeme proto dále způsob uspořádání pevných látek a kapalin.

Pevné látky

- **Krystalické pevné látky** mají *dalekodosahové uspořádání*, tj. pravidelné opakující se upořádání částic pevné látky v makroskopických rozměrech, např. krystal NaCl.
- **Amorfní pevné látky** mají *krátkodosahové uspořádání* základních stavebních částic, např. sklo, vosk, asfalt.

Kapaliny

Kapaliny mají *krátkodosahové uspořádání* jako amorfní pevné látky. Kolem částice kapaliny je oblast mikroskopického uspořádání, která mění svou polohu. Mluvíme o *uspořádání místním, lokálním*. Kapaliny mají tzv. *kvazikrystalickou strukturu*.

Síly mezi částicemi kapaliny, tzv. kohezní síly, jsou v kapalině dosti velké na to, aby ji udržely v kondenzovaném stavu s kvazikrystalickou strukturou. Tyto síly však nejsou dostatečně velké k tomu, aby vytvořily pevnou a s časem neproměnnou strukturu, jak ji známe u pevných látek. Kohezní síly mezi částicemi kapaliny brání částicím kapaliny v získání plné volnosti, jak ji známe u molekul plynů, ale nejsou dostatečně velké, aby mohly zabránit posuvnému pohybu molekul nebo jiných částic, z nichž je kapalina tvořena. **Kapaliny jsou tekuté a málo stlačitelné** (viz dále molekulový tlak).

Z hlediska energie, která připadá na jednu částici, jsou kapaliny bližší pevným látkám.

Podle druhu kohezních sil, které působí v kapalinách, rozlišujeme:

- **iontové kapaliny**, např. roztavené soli, které jsou tvořeny ionty,
- **metalické kapaliny**, např. roztavené kovy, které jsou tvořeny ionty a volně pohyblivými elektrony, v nichž je soudržnost zajištěna elektrostatickými silami, a
- **molekulové kapaliny**, v nichž je soudržnost zajištěna van der Waalsovými silami působícími mezi molekulami.

Kromě toho existují kapaliny, u nichž je soudržnost zajištěna vodíkovými vazbami.

Molekulové jevy v kapalinách zahrnují ty jevy, které vycházejí ze vzájemného silového působení molekul kapaliny nebo jiných základních částic kapaliny

s jinými druhy molekul nebo částic. Abychom zjednodušili výklad, budeme používat **termín „molekula“ pro všechny druhy stavebních částic**.

Budeme sledovat:

- vzájemné silové působení mezi molekulami téže kapaliny,
- vzájemné silové působení mezi molekulami kapaliny a molekulami plynu,
- vzájemné silové působení mezi molekulami kapaliny a molekulami pevných látek.

Molekulové jevy, které z těchto vzájemných silových působení vznikají, jsou:

- povrchové napětí,
- molekulový (kohezní) tlak,
- kapilární tlak,
- jevy na rozhraní dvou kapalin,
- jevy na rozhraní pevného tělesa a kapaliny.

2.4 STRUKTURA KAPALIN

Kapalina má poměrně složitou strukturu. Skládá se z velmi malých skupin (oblastí) molekul nebo podobných stavebních částic. V každé skupině jsou molekuly spolu vázány a pravidelně uspořádány. Jednotlivé skupiny jsou však rozloženy zcela nepravidelně (neuspořádaně) a vzájemně jsou odděleny oblastmi, mezi nimiž se molekuly pohybují chaoticky. Toto uspořádání se označuje jako **krátkodosahové uspořádání** na rozdíl od dalekodosahového uspořádání u krystalů pevných látek. Vnější projevem této struktury je *tekutost* kapalin.

Molekuly kapalin konají kolem okamžitých rovnovážných poloh anharmonické tepelné kmity se střední frekvencí řádově 10^{12} Hz, málo odlišnou od střední frekvence kmitů atomů v krystalu. K těmto kmitům dochází uvnitř objemu poskytovaného molekule sousedními molekulami. Po uplynutí určité střední doby $\bar{\tau}$, tzv. **střední doby relaxace**, se rovnovážné polohy molekul přemístí do vzdálenosti δ , která je řádově rovna střední vzdálenosti mezi sousedními molekulami (10^{-10} m). Střední doba relaxace může být různě dlouhá, řádově však $\bar{\tau} = 1/f_0$, kde f_0 je střední frekvence tepelných kmitů. K těmto přemístěním dochází ve formě skoků a jsou doprovázena úbytkem energie spotřebované na překonání vazeb molekuly s jejími sousedy. Střední doba relaxace $\bar{\tau}$ s rostoucí teplotou klesá exponenciálně, což se z makroskopického hlediska projeví zvýšením tekutosti kapaliny.

Tuto teorii propracoval J. I. Frenkel (1894-1952) - prokázal, že existuje struktura kapalin. **Kvazikrystalická struktura kapalin** byla prokázána pomocí difrakce (ohybu) rentgenových, elektronových a neutronových paprsků.

2.5 VLASTNOSTI KAPALIN

Kapaliny jsou izotropní (viz izotropní látka), uvnitř kapalin jsou fyzikální vlastnosti ve všech směrech stejné. Výjimkou jsou tekuté krystaly.

Kapaliny mají určité další charakteristické vlastnosti, k nimž patří:

- vypařování,
- povrchové napětí a
- vnitřní tření.

Shrnutí kapitoly



Molekulové jevy vznikají působením mezimolekulových sil. Molekulové jevy v kapalinách zahrnují ty jevy, které vycházejí ze vzájemného silového působení molekul kapaliny nebo jiných základních částic kapaliny s jinými druhy molekul nebo částic. Mezi molekulové jevy patří koheze, adheze, povrchové napětí, molekulový (kohezní) tlak, kapilární tlak, jevy na rozhraní dvou kapalin, jevy na rozhraní pevného tělesa a kapaliny a adsorpce.

Koheze, též soudržnost, je jev vznikající působením přitažlivých sil mezi částicemi dané látky. Koheze se projevuje u pevných a kapalných látek. U plynů, které nejsou blízko stavu zkapalnění, se projevuje koheze v daleko menší míře. Vazebná síla, kterou na sebe působí částice téže látky, se nazývá kohezní síla.

Adheze, též přilnavost, je jev vznikající působením přitažlivých sil mezi částicemi povrchových vrstev dvou stýkajících se různých látek. Příkladem může být adheze kapaliny, která smáčí danou pevnou látku (viz smáčivost). Síla smáčivosti, kterou na sebe působí částice povrchových vrstev dvou stýkajících se různých látek, se nazývá **adhezní síla**.

Kapalina je látka, která má určitý objem, ale nemá pevný tvar, takže tvar přijímá podle tvaru nádoby. Kapalina tvoří přechod mezi plyny a pevnými látkami. Příčiny uvedených vlastností kapaliny jsou v její struktuře, tj. uspořádání základních stavebních částic. Síly mezi částicemi kapaliny, tzv. kohezní síly, jsou v kapalině dosti velké na to, aby ji udržely v kondenzovaném stavu s kvazikrystalickou strukturou. Kohezní síly mezi částicemi kapaliny brání částicím kapaliny v získání plné volnosti, jak ji známe u molekul plynů, ale nejsou dostatečně velké, aby mohly zabránit posuvnému pohybu molekul nebo jiných částic, z nichž je kapalina tvořena. Kapaliny jsou **tekuté** a málo stlačitelné (viz molekulový tlak). Z hlediska energie, která připadá na jednu částici, jsou kapaliny bližší pevným látkám.

Podle druhu kohezních sil, které působí v kapalinách, rozlišujeme **iontové kapaliny, metalické kapaliny a molekulové kapaliny**. Kromě toho existují kapaliny, u nichž je soudržnost zajištěna vodíkovými vazbami.

Vlastnosti kapalin: Kapaliny jsou izotropní (viz izotropní látka), uvnitř kapalin jsou fyzikální vlastnosti ve všech směrech stejné. K charakteristickým vlastnostem kapalin patří vypařování, povrchové napětí a vnitřní tření.

**Otázky**

1. Vysvětlete vznik kohezí síly.
2. Vysvětlete vznik adhezí síly.
3. Popište strukturu kapalin z hlediska kinetické teorie.
4. Které vlastnosti má kapalina společné s pevnou látkou.
5. Které vlastnosti má kapalina společné s plynem?
6. Charakterizujte
 - a) difúzi,
 - b) vnitřní tření a
 - c) vedení teplav kapalinách z hlediska kinetické teorie.



Korespondenční úkoly– nutno odeslat 1 úkol doporučenou formou tutorovi
Pište jasně, stručně, výstižně. Maximální délka 2 strany.

KU 1 Proč se při měření tepelné vodivosti kapalin přivádí teplo shora?"

KU 2 Proč probíhá difúze v kapalinách pomaleji než v plynech?

**Průvodce studiem**

Docela Vás zaujala koheze a adheze. Asi jste začali přemýšlet o tom, jaká je adheze pneumatik kola za sucha a jaká je v případě mokré vozovky. Umíte již chování pneumatik kola v obou případech vysvětlit?

Kohezí síly molekul jsou příčinou toho, že můžete na vodorovnou hladinu vody položit například jehlu, tj. těleso o mnohem větší hustotě, než je hustota vody. Že by neplatil Archimédův zákon? Vysvětlení najdete v další kapitole..

3 POVRCHOVÉ NAPĚTÍ A POVRCHOVÁ ENERGIE

V této kapitole se dozvíte:

- o jevu a fyzikální veličině povrchové napětí;
- o povrchové vrstvě kapaliny;
- o povrchové síle;
- o povrchové energii a plošné hustotě energie.

Budete schopni:

- vysvětlit příčiny jevu povrchové napětí;
- vysvětlit, jak souvisí povrchové napětí s plošnou hustotou energie;
- vysvětlit, proč kapky zaujímají kulový tvar..

Klíčová slova této kapitoly:

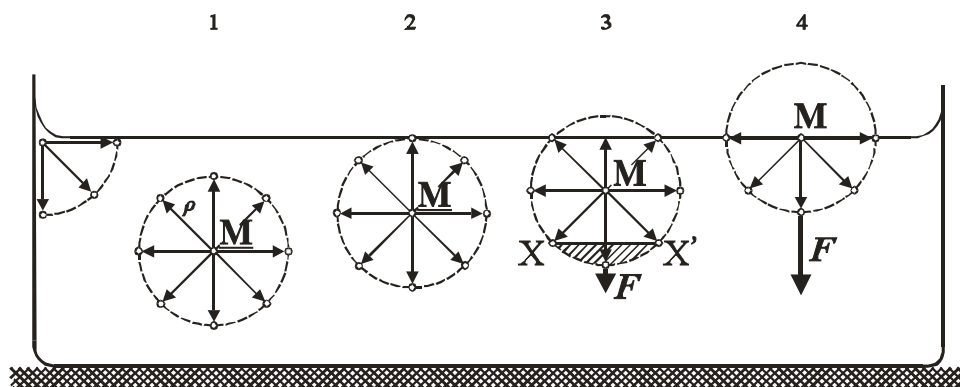
Povrchové napětí, povrchová vrstva kapaliny, povrchová síla, povrchová energie, plošná hustota energie, povrchově aktivní látka.



Čas potřebný k prostudování učiva kapitoly:
2 hodiny teorie + 3 hodiny řešení úloh

3.1 JEV POVRCHOVÉ NAPĚTÍ

Povrchové napětí vzniká tím, že molekuly na povrchu kapaliny jsou z jedné strany obklopeny molekulami plynu nebo částicemi pevných látek a z druhé strany molekulami kapalin. Mezimolekulové síly na obou stranách rozhraní kapaliny a jiné látky jsou obvykle různě velké. Proto síly působící na molekulu v povrchové vrstvě kapaliny nebudou shodné se silami, které působí na molekulu uvnitř kapaliny, viz obr. 3.1 *Povrchová vrstva kapaliny*.



Obr. 3.1 Povrchová vrstva kapaliny

Na obrázku 3.1 *Povrchová vrstva kapaliny* jsou znázorněny schematicky síly, kterými působí okolní molekuly na vybranou molekulu **M**. Pro jednoduchost jsou vyznačeny tyto kohezní síly pouze ve čtyřech kolmých směrech. Všechny molekuly, jejichž silové působení na danou molekulu je nezanedbatelné, jsou umístěny v kouli, které říkáme **sféra molekulového působení**. Síly, kterými působí okolní molekuly

- na molekulu 1 uvnitř kapaliny jsou v rovnováze,
- na molekulu 2 uvnitř kapaliny, jejíž sféra molekulového působení se dotýká povrchu kapaliny, jsou v rovnováze,
- na molekulu 3 v povrchové vrstvě kapaliny nejsou v rovnováze, na molekulu v povrchové vrstvě kapaliny působí výsledná síla směrem do kapaliny,
- na molekulu 4 v povrchové vrstvě kapaliny, u které je v kapalině pouze polovina sféry molekulového působení, působí výsledná síla molekul kapaliny směrem do kapaliny, která je mnohem větší ve srovnání s předcházejícím případem.

Povrchová vrstva kapaliny je vrstva kapaliny, která tvoří rozhraní mezi dvěma různými fázemi, kde soustava již není homogenní a odlišuje se svými vlastnostmi od obou fází. Povrchová vrstva kapaliny má tloušťku 10^{-9} m až 10^{-8} m.

V případě rozhraní kapaliny a plynu jsou molekuly kapaliny vtahovány molekulovými kohezními silami dovnitř kapaliny. Vlivem těchto sil má povrchová vrstva kapaliny jiné vlastnosti, než ostatní kapalina. Povrch kapaliny se chová jako pružná blána. Tomuto jevu říkáme **povrchové napětí**. Položíme-li opatrně na tuto pružnou blánu kapaliny drobné předměty z látky o větší průměrné hustotě, než kapalina, například žiletku nebo minci, neponoří se do kapaliny, pokud neopatrností blánu neprotrhneme.



Úkol k textu

Naplňte skleničku vodou takřka po okraj.

- Položte opatrně nejmenší minci na hladinu vody.
- Pozorujte povrch vody kolem mince shora a ze strany. Popište, co vidíte.
- Opakujte pokus s jehlou.

Všechny kapalné povrchy, nejsou-li vystaveny působení vnějších sil, mají takový tvar, aby jejich obsah volného povrchu byl co nejmenší. Při daném objemu kapaliny má minimální objem koule. Například kapička vody těsně před odkápnutím má přibližně kulový tvar. Kapalina v beztláčeném stavu nabývá přesně kulového tvaru.

Kapalina v povrchové vrstvě tvoří mezifázi, která má větší energii než táž kapalina uvnitř. V roce 1805 ukázal poprvé Thomas Young, že mechanické vlastnosti povrchu kapaliny je možno přirovnat k vlastnostem hypotetické pružné blány napnuté přes povrch kapaliny. Povrchová blána kapaliny má tendenci stáhnout se na co nejmenší plochu, což se projeví například při tvoření kapek a vyfoukávání mýdlových bublin.

3.2 FYZIKÁLNÍ VELIČINA POVRCHOVÉ NAPĚTÍ

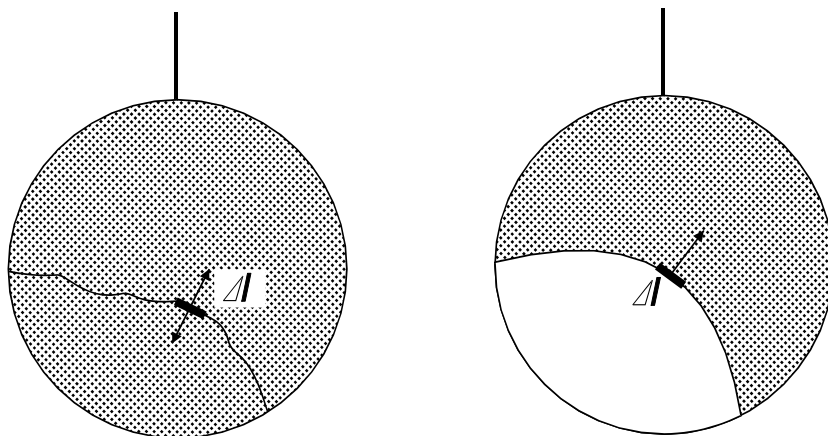
Povrchové napětí, značka σ , γ , působí v rovině kapaliny vždy takovým směrem, že klade odpor všem snahám zvětšit plochu povrchu. Platí pro ně vztah

$$\sigma = \frac{dF}{dl},$$

kde dF je elementární síla, dl délka myšleného elementárního řezu povrchu kapaliny v rovině tečné k povrchu ve vyšetřovaném místě.

Povrchové napětí v daném místě povrchu kapaliny má stejnou hodnotu ve všech směrech plochy povrchu, v případě rovinného povrchu v něm leží. Jednotkou SI povrchového napětí je newton na metr, značka N/m.

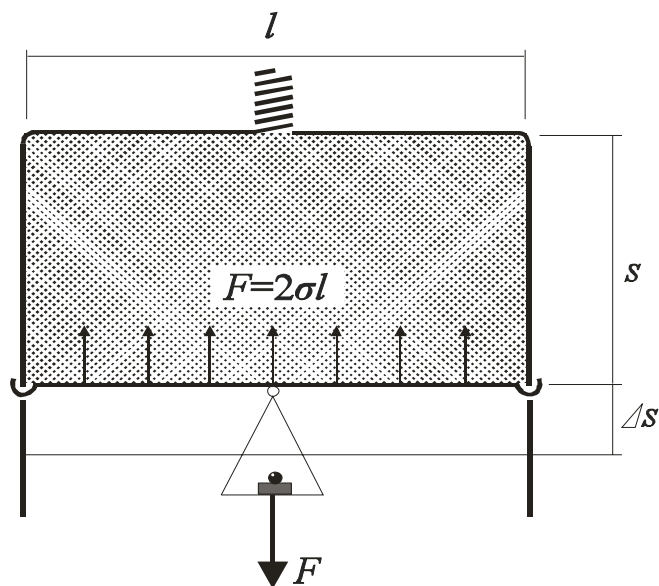
Napětí povrchové blány kapaliny je možno demonstrovat na kapalinových blánách, které získáme ponořením drátěného rámu do mýdlového roztoku. Do drátěného rámu kruhového tvaru přivážeme na opačných stranách volnou tenkou nit. Ponoříme-li tento kruhový drátěný rám do mýdlového roztoku, nit zůstává na bláně volná, viz obr. 3.2 *Nit upevněná na kovovém rámečku s mýdlovou blánou* vlevo. Propíchneme-li však blánu po jedné straně niti prstem nebo špendlíkem, nit se napne do kruhového oblouku, viz obrázek vpravo.



Obr. 3.2 Nit upevněná na kovovém rámečku s mýdlovou blánou

Sílu působící v povrchu kapaliny na délku l lze snadno změřit, vytvoříme-li mýdlovou blánu v rámečku, jehož dolní část se může volně pohybovat po jeho bočních stranách, viz obr. 3.3 *Mýdlová blána v rámečku s pohyblivou příčkou*. Stahující se blána unáší sebou spodní pohyblivou příčku rámečku. Stahování mýdlové blány lze zabránit působením vhodnou silou, která je v tomto případě rovna součtu tíhové síly pohyblivé příčky rámečku a tíhové síly malého závažíčka. Velikost tahové síly, kterou působí na pohyblivou příčku mýdlová blána směrem vzhůru je $F' = \sigma l$, kde σ je povrchové napětí mýdlové blány a l je délka pohyblivé příčky. Mýdlová blána má však dva povrchy, takže velikost tahové síly mýdlové blány je $F = 2\sigma l$. Z měření dále vyplynulo, že velikost síly F

nezávisí na rozměru s blány, čili na ploše blány. V tom se podstatně liší mýdlová blána od napjaté gumové blány.



Obr. 3.3 Mýdlová blána v rámečku s pohyblivou příčkou

Povrchové napětí kapalin s rostoucí teplotou klesá, při kritické teplotě dané látky je nulové. K experimentálnímu stanovení hodnoty povrchového napětí byla vypracována řada metod, např. kapková metoda, metoda kapilární elevace nebo deprese aj. Tyto metody jsou uvedeny v poslední kapitole.

Na povrchové napětí mají vliv rozpuštěné látky v kapalině. Povrchové napětí roztoku může být ve srovnání s povrchovým napětím čistého rozpouštědla buď menší, nebo větší. Např. povrchové napětí vody lze značně snížit přidáním mastných kyselin, které se kumulují v povrchových vrstvách. Říkáme potom, že rozpuštěná látka je na fázovém rozhraní **pozitivně adsorbována** (viz povrchově aktivní látky). Iontové soli způsobují mírné zvýšení povrchového napětí rozpouštědla, protože povrchové vrstvy jsou na tyto soli chudší než zbývající roztok (rozpuštěná látka je na fázovém rozhraní **negativně adsorbována**).



Úkol k textu

Jaké povrchové napětí má vodní roztok kuchyňské soli ve srovnání s vodou?

Hodnoty povrchového napětí některých kapalin jsou uvedeny v tabulce *Povrchová napětí kapalin* v části povrchová energie. Z uvedené tabulky vyplývá, že těkavé kapaliny mají malé povrchové napětí.

3.3 POVRCHOVÁ SÍLA

Povrchová síla se projeví v čáře dotyku povrchové blány kapaliny a pevné látky. Vypočítáme ji ze vztahu

$$F = \sigma l,$$

kde σ je povrchové napětí kapaliny a l je délka čáry dotyku povrchové vrstvy kapaliny a povrchu tělesa z pevné látky. Povrchová síla F má vždy tečný směr k povrchu kapaliny stejně jako povrchové napětí σ .

Povrchovou sílu, čili sílu působící v povrchu kapaliny na délku l lze snadno změřit, vytvoříme-li mýdlovou blánu v rámečku, jehož dolní část se může volně pohybovat po jeho bočních stranách. Stahující se blána unáší sebou spodní pohyblivou příčku rámečku. Stanování lze zabránit působením vhodnou silou, která je v tomto případě rovna součtu tíhové síly pohyblivé příčky rámečku a tíhové síly malého závažíčka. Velikost tahové síly, kterou působí na pohyblivou příčku mýdlová blána směrem vzhůru je $F' = \sigma l$, kde σ je povrchové napětí mýdlové blány a l je délka pohyblivé příčky. Mýdlová blána má však dva povrchy, takže velikost tahové síly mýdlové blány je $F = 2\sigma l$. Z měření dále vyplynulo, že velikost síly F nezávisí na rozměru s blány, čili na ploše blány. V tom se podstatně liší mýdlová blána od napjaté gumové blány.

3.4 POVRCHOVÁ ENERGIE

Povrchová energie je část potenciální energie, kterou mají molekuly v povrchové vrstvě kapaliny navíc, ve srovnání s potenciální energií těchž molekul, než by měly uvnitř kapaliny.

Pro izotermické vratné zvětšení povrchové vrstvy kapaliny je nutno vykonat práci, a právě o tuto hodnotu se potenciální energie povrchu kapaliny změní.

Názorněji řečeno, chceme-li umístit molekulu, která je uvnitř kapaliny, do povrchové vrstvy kapaliny, musíme vykonat práci proti výslednici kohezních sil, která táhne molekulu do kapaliny. Uvedené pochopíme při pohlédnutí do obrázku v předcházející třetí kapitole, *obr. 3.1 Povrchová vrstva kapaliny*, a porovnáme stav molekuly 1 v kapalině, molekuly 2 dotýkající se hladiny kapaliny sférou molekulového působení a molekuly 3, která je umístěna v povrchové vrstvě kapaliny. Při pohybu molekul 1 a 2 uvnitř kapaliny konáme práci pouze v tíhovém poli Země. Při přemístění molekuly 2 na místo molekuly 3 na povrchu kapaliny musíme vykonat navíc práci proti kohezním silám.

3.5 PLOŠNÁ HUSTOTA POVRCHOVÉ ENERGIE

Plošná hustota povrchové energie kapaliny je definována pro konstantní termodynamickou teplotu T kapaliny a tlak p nad kapalinou vztahem

$$\sigma = \frac{\partial G}{\partial S},$$

kde G je Gibbsova funkce a S je plošný obsah povrchu kapaliny. Jednotkou plošné hustoty povrchové energie je joule na čtvereční metr, značka J/m^2 .

Při zvětšování plošného obsahu povrchu kapaliny o dS se totiž vykoná povrchová práce σdS a o tuto hodnotu se zvětšuje Gibbsova funkce G soustavy. Rovnovážnému stavu však přísluší minimální hodnota Gibbsovy funkce G při stálé termodynamické teplotě T a tlaku p . Proto se kapalina snaží snížit svůj obsah povrchu S na minimum.



Průvodce studiem.

Asi jste překvapeni, že po poměrně pomalém vysvětlování jednotlivých jevů a veličin, najednou se objevil skok v myšlení. Nevíte, co je Gibbsova funkce? Nevadí. Zkusím vysvětlit jednodušeji a opět pomocí mýdlové blány v rámečku s pohyblivou příčkou.

Do mýdlového roztoku ponoříme rámeček s pohyblivou příčkou, viz *obr. 3.3 Mýdlová blána v rámečku s pohyblivou příčkou*. Vypočteme práci, kterou musíme vykonat při zvětšení plochy povrchové vrstvy (blány) o určitý přírůstek ΔS .

- Posuneme-li pohyblivou příčku délky l působením síly F na obdélníkovém rámečku o dráhu Δs , zvětší se povrch blány se zřetelem na dvě povrchové mýdlové blány o $\Delta S = 2l \Delta s$.
- Protože příčku udržíme v rovnováze silou o velikosti F , vykonáme při posunutí příčky práci proti síle povrchového napětí $F = 2\sigma l$.
- Tato práce je $\Delta W = F \Delta s = 2\sigma l \Delta s = \sigma \Delta S$.

Z uvedeného je zřejmé, že v povrchové vrstvě je nahromaděna jistá potenciální energie, kterou nazýváme **povrchová energie**. Zvětšení povrchové energie kapaliny o ΔE se rovná námi vykonané práci ΔW , tedy $\Delta W = \Delta E$.

- Práce ΔW , která je potřebná ke zvětšení povrchu kapaliny o ΔS , a tedy i vzrůst povrchové energie jsou úměrné ΔS , tedy $\Delta E = \sigma \Delta S$.
- Plošná hustota energie vyplývá z posledního vztahu

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S}.$$

Protože povrchové napětí σ na velikosti plochy S nezávisí, lze také psát

$$W = \sigma S.$$

Povrchová energie W blány je přímo úměrná ploše povrchu S . Povrchové napětí σ , nepřihlížíme-li k rozměru, znamená také práci, které je třeba ke zvětšení povrchu kapaliny o jednotku – je rovno energii plošné jednotky povrchu, tj. **plošné hustotě energie**.

Mechanické soustavy jsou ve stabilním rovnovážném stavu, je-li jejich potenciální energie minimální. K potenciální energii kapalin se musí počítat i povrchová energie, která je přímo úměrná povrchu kapaliny. Jsou-li vedle molekulových sil ostatní síly u kapaliny zanedbatelné, je povrch kapaliny za daných podmínek minimální. Při daném objemu má koule nejmenší povrch, proto mají volně se vznášející kapičky kapalin kulový tvar.

Příklad

Kolikrát se zvětší celková povrchová energie, rozprášíme-li vodní kapku poloměru $r_1 = 0,3$ cm na drobné kapičky o poloměrech $r_2 = 3 \cdot 10^{-6}$ cm? Jaká bude celková povrchová energie po rozprášení, je-li povrchové napětí vody za daných podmínek $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ N/m?



Řešení: Plošná hustota energie je číselně rovna povrchovému napětí. Počet drobných kapek n vzniklých rozprášením jedné velké dostaneme z rovnice rovnosti objemů

$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 = n \frac{4}{3}\pi r_2^3, \text{ odtud}$$

$$n = \frac{r_1^3}{r_2^3} = \left(\frac{3 \cdot 10^{-1}}{3 \cdot 10^{-6}} \right)^3 = 10^{15}.$$

Povrchová energie W_1 původní kapky je $4\pi r_1^2 \sigma$.

Celková povrchová energie W_2 všech n rozprášených kapek je $n 4\pi r_2^2 \sigma$.

Abychom zjistili, kolikrát se celková povrchová energie zvětší, určíme poměr

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\left(\frac{r_1}{r_2} \right)^3 4\pi r_2^2 \sigma}{4\pi r_1^2 \sigma} = \frac{r_1}{r_2} = 10^5, \quad W_2 = 10^5 W_1.$$

Celková povrchová energie drobných kapek je 10^5 krát větší než původní kapky.

3.6 PLOŠNÁ HUSTOTA ENERGIE A POVRCHOVÉ NAPĚTÍ

Povrchové napětí se shoduje s plošnou hustotou povrchové energie nejen rozměrem jednotky, ale i číselně. Např. plošná hustota povrchové energie vody při styku se vzduchem při 20°C je $72,91 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2$, povrchové napětí je $72,91 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$, neboť $\text{J/m}^2 = \text{N/m} = \text{kg/s}^2$.

V následujících tabulkách jsou uvedeny hodnoty plošné hustoty energie a povrchového napětí. V první tabulce jsou uvedeny plošné hustoty energie a povrchového napětí pro běžné kapaliny při teplotě 20°C . Druhá tabulka obsahuje termodynamické teploty právě roztavených kovů a plošné hustoty jejich energie za normálního tlaku. Třetí tabulka udává povrchová napětí roztavených solí kapalných kovů.

a) Čisté látky

Čistá látka	Plošná hustota energie $\frac{\sigma}{\text{J/m}^2}$	Povrchového napětí $\frac{\sigma}{\text{N/m}}$
Rtuť	0,470	0,470
Voda	0,073	0,073
Glycerín	0,065	0,065
Etylalkohol	0,022	0,022
Diethyleter	0,017	0,017

Těkavé kapaliny, např. etylalkohol a diethyleter, se lehce vypařují. Mají malou plošnou hustotu povrchové energie i malé povrchové napětí.

b) Kapalné kovy

Kapalný kov	Termodynamická teplota $\frac{T}{\text{K}}$	Plošná hustota energie $\frac{\sigma}{\text{J/m}^2}$
Měď Cu	1 403	1,100
Zlato Au	1 343	1,000
Stříbro Ag	1 243	0,800
Rtuť Hg	273	0,470

Kapalné kovy mají ve srovnání s běžnými kapalinami velké hodnoty plošné hustoty povrchové energie i hodnoty povrchového napětí.

c) Roztavené soli

Roztavená sůl	Termodynamická teplota $\frac{T}{\text{K}}$	Plošná hustota energie $\frac{\sigma}{\text{J/m}^2}$
Chlorid stříbrný AgCl	725	0,126
Chlorid sodný NaCl	1 273	0,098
Bromid sodný NaBr	1 273	0,088

Roztavené soli mají menší plošnou hustotu energie než samotný kov, například stříbro Ag a jeho roztavená sůl AgCl.

3.7 POVRCHOVĚ AKTIVNÍ LÁTKY

Za *povrchově aktivní látky* jsou pokládány látky, které jsou schopny snižovat povrchové napětí roztoku.

Následkem slabších přitažlivých sil mezi molekulami rozpuštěné povrchově aktivní látky a rozpouštědla se povrchově aktivní látka hromadí na povrchu roztoku nebo na jeho stykových plochách na rozhraní s jinou, např. pevnou, kapalnou nebo plynnou fází.

Příklad

Povrchově aktivní látky se uplatňují v řadě odvětví jako mýdla, saponáty, flotační přísady, emulgátory apod. V domácnosti je běžně používáme při mytí nádobí, praní prádla, osobní hygieně, protože snižují povrchové napětí používané vody. Voda potom lépe smáčí ruce, nádobí, prádlo apod.

**Shrnutí kapitoly**

Všechny molekuly, jejichž silové působení na danou molekulu je nezanedbatelné, jsou umístěny v kouli, které říkáme ***sféra molekulového působení***.

Povrchové napětí (jev) vzniká tím, že molekuly na povrchu kapaliny jsou z jedné strany obklopeny molekulami plynu nebo částicemi pevných látek a z druhé strany molekulami kapalin. Mezimolekulové síly na obou stranách rozhraní kapaliny a jiné látky jsou obvykle různě velké. Proto síly působící na molekulu v povrchové vrstvě kapaliny nebudou shodné se silami, které působí na molekulu uvnitř kapaliny.

V případě rozhraní kapaliny a plynu jsou molekuly kapaliny vtahovány molekulovými kohezními silami dovnitř kapaliny. Vlivem těchto sil má povrchová vrstva kapaliny jiné vlastnosti, než ostatní kapalina. ***Povrch kapaliny se chová jako pružná blána. Tomuto jevu říkáme povrchové napětí.*** Všechny kapalně povrchy, nejsou-li vystaveny působení vnějších sil, mají takový tvar, aby jejich obsah volného povrchu byl co nejmenší. Při daném objemu kapaliny má minimální objem koule.

Povrchová vrstva kapaliny je vrstva kapaliny, která tvoří rozhraní mezi dvěma různými fázemi, kde soustava již není homogenní a odlišuje se svými vlastnostmi od obou fází. Povrchová vrstva kapaliny má tloušťku 10^{-9} m až 10^{-8} m.

Fyzikální veličina ***povrchové napětí***, značka σ , γ , působí v rovině kapaliny vždy takovým směrem, že klade odpor všem snahám zvětšit plochu povrchu. Platí pro ni vztah $\sigma = dF/dl$, kde dF je elementární síla, dl délka myšleného elementárního řezu povrchu kapaliny v rovině tečné k povrchu ve vyšetřovaném místě.

Povrchová síla se projeví v čáře dotyku povrchové blány kapaliny a pevné látky. Její velikost vypočítáme ze vztahu $F = \sigma l$, kde σ je povrchové napětí kapaliny a l je délka čáry dotyku povrchové vrstvy kapaliny a povrchu tělesa z pevné látky. Povrchová síla F má vždy tečný směr k povrchu kapaliny stejně jako povrchové napětí σ .

Povrchová energie je část potenciální energie, kterou mají molekuly v povrchové vrstvě kapaliny navíc, ve srovnání s potenciální energií těchž molekul, jež by měly uvnitř kapaliny. Zvětšení povrchové energie o ΔE se rovná námi vykonané práci ΔW , zvětšení povrchové energie je přímo úměrné přírůstku ΔS plochy povrchu kapaliny. Povrchová energie W blány je přímo úměrná ploše povrchu S . Povrchové napětí σ , nepřihlížíme-li k rozměru, znamená také práci, které je třeba ke zvětšení povrchu kapaliny o jednotku – je rovno energii plošné jednotky povrchu, tj. ***plošné hustotě energie*** $\sigma = dE/dS$. Těkavé kapaliny mají malou plošnou hustotu energie. Kapalně kovy mají ve srovnání s běžnými kapalinami velké hodnoty plošné hustoty povrchové energie. Roztavené soli mají menší plošnou hustotu energie než samotný kov.

Za povrchově aktivní látky jsou pokládány látky, které jsou schopny snižovat povrchové napětí roztoku. Následkem slabších přitažlivých sil mezi molekulami

rozpuštěné povrchově aktivní látky a rozpouštědla se povrchově aktivní látka hromadí na povrchu roztoku nebo na jeho stykových plochách na rozhraní s jinou, např. pevnou, kapalnou nebo plynnou fází.



Otázky

1. Definujte sféru molekulového působení? Jaké má přibližné rozměry?
2. Vysvětlete jev povrchové napětí na základě vzájemného působení molekul v povrchové vrstvě kapaliny a uvnitř kapaliny.
3. Definujte povrchovou vrstvu kapaliny.
4. Jakou tloušťku má povrchová vrstva kapaliny?
 - a) Uveďte tloušťku povrchové vrstvy kapaliny pomocí poloměru sféry molekulového působení.
 - b) Uveďte tloušťku povrchové vrstvy kapaliny v metrech.
5. V jakých jednotkách měříme povrchové napětí?
6. Jak určíte směr, kterým působí síla povrchového napětí?
7. Závisí povrchové napětí kapalin na teplotě? V případě odpovědi ano, jak? Odpověď zdůvodněte.
8. Nalijte do sklenice vodu. Pozorujte povrch vody.
 - a) Jaký směr má povrchové napětí v rovinném povrchu vody.
 - b) Jaký směr má povrchové napětí v blízkosti stěny sklenice?
9. Jak změříte sílu povrchového napětí u mýdlové bubliny v rámečku s pohyblivou příčkou. Navrhněte jiný způsob, než je uveden v textu.
10. Proč povrchově aktivní látky snižují povrchové napětí?
11. Nalijte do talíře vodu. Posýpejte trochu povrch vody pepřem z pepřenky.
 - a) Tipněte si, co se stane, když do středu talíře s vodou opatrně kápnete kapku jaru.
 - b) Proveďte pokus, tj. kápněte kapku jaru do středu talíře s vodou, která byly poprášena pepřem. Shodoval se Váš tip s výsledkem pokusu?
 - c) Vysvětlete, co se stalo?
12. Definuje povrchové napětí. Definujete plošnou hustotu energie povrchu kapaliny. V jakých jednotkách měříme povrchové napětí? V jakých jednotkách měříme plošnou hustotu energie? Porovnejte rozměr obou jednotek.
13. Jak souvisí povrchové napětí s plošnou hustotou energie povrchu kapaliny?
14. Jaký tvar zaujímají kapky v beztížném stavu? Zdůvodněte odpověď.
15. Jak vysvětlíte, že vodoměrky mohou běhat po vodní hladině rybníka?
16. Proč se žiletka nebo jehla, položená na vodní hladinu, nepotopí?
17. Na čem je založeno pájení kovů?

Korespondenční úkoly – nutno odeslat 1 úkol doporučenou formou tutorovi

Pište jasně, stručně, výstižně. Maximální délka 2 strany.



KU 1 Změní se teplota velké kapky, když se rozstříkne na velký počet malých kapek? V případě, že ano, uveďte jak. Zdůvodněte svou odpověď.

KU 2 Proč se při odkapávání lihu a vody ze dvou stejných kapilár tvoří větší kapky vody než lihu?

KU 3 Proč odkapává voda z kapiláry rychleji, když pod kapiláru dáme kousek vaty namočený do éteru?

KU 4 Jak vysvětlíte, že stan nebo deštník nepropouští vodu?

KU 5 Proč kousky kafru vykonávají na čistém povrchu vody krouživé pohyby?

KU 6 Proč se slepují vlákna štětce po namočení do vody?

KU 7 V obchodě jsem kupovala bílý lak na dřevo. Žádala jsem lak, který nestéká a netvoří kapky. Prodáváčem mně byl doporučen tixotropní lak. Jeho cena byla takřka trojnásobná vzhledem k normálnímu bílému laku na dřevo. Přesto jsem jej koupila. Jaké příměsi byly dána do tohoto laku navíc vzhledem k normálnímu bílému laku?

Úlohy

1. Kolikrát se zvětší povrchová energie, jestliže se kapka vody o poloměru $r_1 = 0,3 \text{ cm}$ rozpráší na kapičky o poloměru $r_2 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ m}$?
2. Určete hustotu vody v kapce mlhy o poloměru $r = 10^{-8} \text{ m}$. Povrchové napětí vody $\sigma = 0,073 \text{ N m}^{-1}$, hustota $\rho_0 = 1\,000 \text{ kg m}^{-3}$, součinitel stlačitelnosti $\gamma = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$.

4 MOLEKULOVÝ TLAK A KAPILÁRNÍ TLAK

V této kapitole se dozvíte:

- o kohezním tlaku;
- o kapilárním tlaku pod zakřiveným povrchem;
- o kapilárním tlaku uvnitř kulové bubliny.

Budete schopni:

- vysvětlit, proč jsou kapaliny málo stlačitelné;
- vysvětlit vznik přídavného tlaku pod zakřiveným povrchem;
- vysvětlit, proč ve vznikající pěně velké bubliny praskají, zatímco malé zůstávají.

Klíčová slova této kapitoly:

Molekulový tlak, kohezní tlak, kapilární tlak, kapilární tlak uvnitř kulové bubliny.



Čas potřebný k prostudování učiva kapitoly:
1 hodiny teorie + 3 hodiny řešení úloh

4.1 MOLEKULOVÝ TLAK

Molekulový tlak, též *kohezní tlak*, značka p_m , je vnitřní tlak v kapalině.

Molekulový tlak je způsoben přitažlivými mezimolekulovými silami v kapalině. Konkrétně se jedná o jednostranné přitahování, kterým působí vnitřní molekuly kapaliny na molekuly v povrchové vrstvě kapaliny.

Řádově je molekulový tlak uvnitř kapaliny roven asi 10^9 Pa, což je značně větší tlak, než tlak na volném povrchu kapaliny nebo tlak téže kapaliny u stěny nádoby. Značně vysoká hodnota molekulového tlaku způsobuje, že kapaliny jsou málo stlačitelné ve srovnání s plyny. Například pro vodu při teplotě 298 K a tlaku $1,01325 \cdot 10^5$ Pa je molekulový tlak 2 030 MPa. Při nevelkém zvýšení vnějšího tlaku klesá molekulový tlak jen mírně. Když vnější tlak překročí hodnotu 500 MPa, začne molekulový tlak klesat rychle a při dalším stlačování kapaliny přechází do velkých záporných hodnot, protože začnou převládat odpudivé síly mezi molekulami.

4.1.1 Vznik molekulového tlaku

Jak vzniká molekulový tlak?

Budeme se zabývat povrchovou vrstvou kapaliny. Podívejte se na obrázek 3.1 *Povrchová vrstva kapaliny*. Vybereme si molekuly 3 a 4 v povrchové vrstvě kapaliny. Rozložíme molekulové síly, které působí na molekulu v povrchu kapaliny na složky kolmé k povrchu kapaliny a na složky, které jsou s povrchem rovnoběžné. A právě výslednice F molekulových sil molekul v povrchové vrstvě kapaliny směřují do kapaliny a vyvolávají v kapalině vysoký tlak, zvaný **molekulový tlak** nebo též **kohezní tlak**, kterým jsou částice kapaliny k sobě tlačeny.

Molekulový neboli kohezní tlak má na rozhraní kapaliny a vzduchu nulovou hodnotu, rychle stoupá ve vrstvách molekul těsně u rozhraní. Jeho velikost je rovna součtu tlaků molekul v jednotlivých vrstvách (podobně jako hydrostatický tlak kapaliny o velké hustotě), ale s tím rozdílem, že vzdálenější vrstvy od povrchu přispívají menší hodnotou, až konečně molekuly položené od rozhraní dále, než je poloměr molekulového působení, nezvyšují již kohezní tlak vůbec.

Velikost molekulového neboli kohezního tlaku je mimo hraniční vrstvu kapaliny v celém objemu kapaliny stálá. Tento překvapující výsledek nic nemění na zákonech hydrostatiky, protože kapalina se o všechny plochy opírá hraniční vrstvou (vnější plochou), v níž působí molekulové síly opačným směrem (vždy dovnitř kapaliny) tak, že na povrchu je kohezní tlak rovný opět nule. Bylo zjištěno, že kohezní tlak souvisí se stlačitelností kapalin.

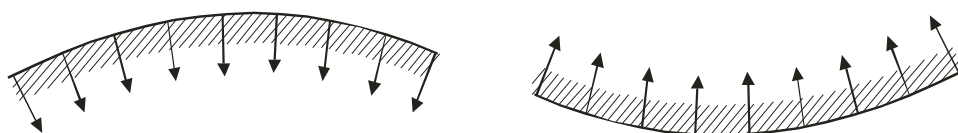
4.2 KAPILÁRNÍ TLAK

4.2.1 Tlaková bilance uvnitř kapaliny se zakřiveným povrchem

Zakřivený povrch kapaliny pozorujeme v úzkých trubicích, u stěn nádoby, v mýdlových bublinách. Vlivem povrchového napětí vzniká u zakřivených povrchů přídavný tlak – kapilární tlak.

Kapilární tlak, též **Laplaceův tlak**, značka p_k , je přídavný tlak vznikající vlivem zakřiveného povrchu kapaliny vzhledem ke tlaku na rovinném povrchu téže kapaliny.

Kapilární tlak se přičítá k molekulovému tlaku při vypuklém povrchu kapaliny a odečítá se od něj při vydutém povrchu, viz obr. 4.1.



Obr. 4.1 Působení zakřiveného povrchu kapaliny na kapalinu – kapilární tlak

- Je-li **povrch kapaliny vypuklý (konvexní)** vzhledem např. ke vzduchu (obr. 4.1 vlevo), potom celkový tlak p v kapalině pod tímto povrchem je dán vztahem

$$p = p_m + p_k,$$

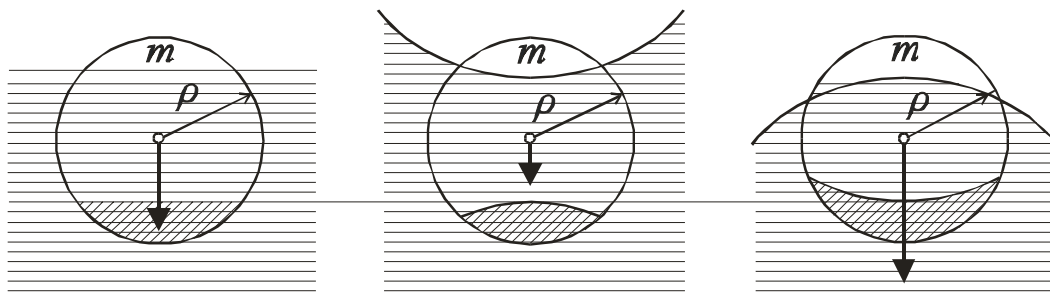
kde p_m je molekulový tlak kapaliny a p_k kapilární tlak.

- Je-li **povrch kapaliny dutý (konkávní)** vzhledem např. ke vzduchu (obr. 4.1 vpravo), potom celkový tlak p v kapalině pod tímto povrchem je dán vztahem

$$p = p_m - p_k,$$

kde p_m je molekulový tlak kapaliny a p_k kapilární tlak.

Určitě Vás zajímá příčina tohoto zvýšení nebo snížení tlaku pod zakřiveným povrchem kapaliny vzhledem k rovinnému povrchu kapaliny. Vysvětlení vyplývá z následujícího obrázku 4.2.



Obr. 4.2 Působení molekulových sil v rovinném a zakřiveném povrchu kapaliny

Změna tlaku při zkřiveném povrchu při průchodu povrchovým rozhraním je jiná, než o rovinného povrchu. U molekuly m ve stejné vzdálenosti pod povrchem menším než je poloměr molekulového působení ρ , bude složka molekulových sil kolmá k povrchu působící na molekulu m

- **při povrchu dutém menší** než při rovinném povrchu,
- **při povrchu vypuklém větší** než při rovinném povrchu.

Počet jednostranně působících molekul na molekulu m je v případě vypuklého povrchu největší, v případě rovinného povrchu menší než u vypuklého a v případě dutého povrchu je počet jednostranně působících molekul nejmenší.

Laplace odvodil, že při vstupu do kapaliny, jejíž povrch je zakřiven do tvaru kulové plochy o poloměru r , tlak náhle stoupne o hodnotu kapilárního tlaku p_k . V kulovém povrchu kapaliny o poloměru r se mezi kapalinou a plynem udržuje mechanická rovnováha jen tehdy, když tlaky z obou stran nejsou stejné, čili existuje rozdíl tlaků, **kapilární tlak**

$$p_k = \frac{2\sigma}{r},$$

kde σ je povrchové napětí kapaliny, r poloměr kulového povrchu.

Co vyplývá z uvedeného vztahu? Provedeme jeho interpretaci:

- Kapilární tlak u kapek různých kapalin o stejném poloměru je přímo úměrný povrchovému napětí dané kapaliny. Celkový tlak pod zakřiveným povrchem kapaliny, např. v kapkách, bude záviset na molekulovém tlaku dané kapaliny a kapilárním tlaku, který je přímo úměrný povrchovému napětí dané kapaliny.
- U konkrétní kapaliny bude celkový pod zakřiveným povrchem kapaliny, např. tlak v kapce, záviset na jejím poloměru. Ve velmi malých kapkách bude celkový tlak velký, protože přídavný kapilární tlak bude velký. V případě rovinného povrchu ($r \rightarrow \infty$) kapilární tlak je roven nule, v kapalině působí pouze molekulový tlak..



Úkol k textu

Podívejte se do tabulky uvádějící povrchová napětí jednotlivých kapalin. Uveďte běžnou kapalinu o největším povrchovém napětí a o nejmenším povrchovém napětí.

- Jak se budou chovat kapky uvedených kapalin, když je přiblížíme na dotyk?
- Zdůvodněte Vaše tvrzení.



Příklad

Určete přetlak (kapilární tlak) v kapce rosy (vody) o poloměru 0,01 mm. Povrchové napětí vody je 0,073 N/m. Potom vypočítejte, jak vysoký by musel být sloupec vody, aby jeho hydrostatický tlak byl stejně velký jako kapilární tlak v kapce rosy.

Řešení:

$$p_k = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}} \text{ Pa} = 14,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}.$$

Kapilární tlak v kapce rosy je 14,6.10³ Pa.

Hydrostatický tlak vody $p = h\rho g$, z toho výška sloupce vody je

$$h = \frac{p_k}{\rho g} = \frac{14,6 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,81} \text{ m} = 1,48 \text{ m}.$$

Kapilární tlak v kapce rosy odpovídá hydrostatickému tlaku vodního sloupce o výšce 1,5 m.

Má-li malá část povrchu kapaliny s povrchovým napětím σ hlavní poloměry křivosti r_1 a r_2 , potom kapilární tlak je dán *Laplaceovým vztahem*

$$p_k = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Kapilární tlak se sčítá s tlakem, který by působil na tutéž kapalinu s rovinným povrchem, čili s molekulovým tlakem. Proto při ponoření kapiláry do kapaliny nastává zdvižení (kapilární elevace) nebo snížení (kapilární deprese) hladiny v kapiláře podle toho, je-li v ní povrch nad kapalinou dutý nebo vypuklý. Ale o tom se podrobněji dovíte v další části studijní opory.

4.2.2 Kapilární tlak uvnitř kulové bubliny

Vyfoukneme-li mýdlovou bublinu, tlak uvnitř kulové bubliny je vždy větší než atmosférický a kapilární tlak.

Příklad

Uvedené tvrzení můžete prokázat následujícím pokusem. Vyfoukněte tenkou trubičkou mýdlovou bublinu. Ke trubičce, kterou jste bublinu vyfoukli, přiblížte plamen svíčky. Vzduch unikající trubičkou z bubliny plamen svíčky odkloní.



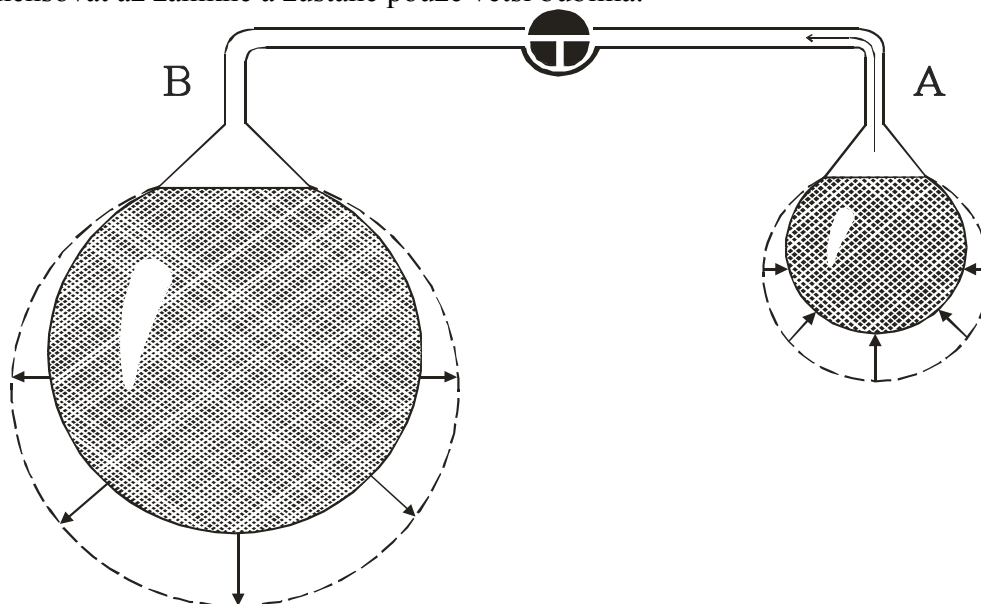
Kapilární tlak uvnitř kulové bubliny o poloměru r je roven

$$p = \frac{4\sigma}{r},$$

kde σ je povrchové napětí.

Při porovnání kapilárního tlaku uvnitř kulové bubliny a kapilárního tlaku kulové kapky téže kapaliny o stejném poloměru, je kapilární tlak uvnitř kulové bubliny dvojnásobný. Je to způsobeno tím, že kulová bublina má dva povrchy – vnitřní a vnější.

Příkladem kulových bublin jsou nepříliš velké mýdlové bubliny. Podle uvedeného vztahu přetlak uvnitř bubliny vzhledem k okolnímu tlaku bude větší v menší bublině. Vytvoříme zvlášť mýdlové bubliny o různém poloměru na koncích trubice s trojcestným kohoutem a potom bubliny spojíme, viz obr. 4.3. Tlak v obou bublinách po spojení se bude vyrovnávat. Vzduch bude proudit z místa vyššího přetlaku na místo nižšího přetlaku. Bude proto proudit z menší bubliny A do větší bubliny B. Se zmenšováním poloměru menší bubliny rozdíl přetlaků poroste, proudění se zrychlí. Malá bublina bude poloměr rychleji zmenšovat až zanikne a zůstane pouze větší bublina.



Obr. 4.3 Proudění vzduchu z mýdlové bubliny o větším tlaku do bubliny o tlaku menším



Shrnutí kapitoly

Molekulový tlak, též **kohezní tlak**, značka p_m , je vnitřní tlak v kapalině. Molekulový tlak je způsoben přitažlivými mezimolekulovými silami v kapalině. Konkrétně se jedná o jednostranné přitahování, kterým působí vnitřní molekuly kapaliny na molekuly v povrchové vrstvě kapaliny. Potom výslednice mezimolekulových sil v povrchové vrstvě kapaliny směřují do kapaliny a vyvolávají tento poměrně vysoký tlak uvnitř kapaliny. Řádově je molekulový tlak uvnitř kapaliny roven asi 10^9 Pa, což je příčinou malé stlačitelnosti kapalin. Hodnota molekulového neboli kohezního tlaku je mimo hraniční vrstvu kapaliny v celém objemu kapaliny stálá.

Kapilární tlak, též **Laplaceův tlak**, značka p_k , je přídavný tlak vznikající vlivem zakřiveného povrchu kapaliny vzhledem ke tlaku na rovinném povrchu téže kapaliny. Kapilární tlak se přičítá ke molekulovému tlaku při vypuklém povrchu kapaliny a odečítá se od něj při vydutém povrchu.

Celkový tlak p v kapalině pod tímto zakřiveným povrchem kapaliny je $p = p_m \pm p_k$, kde p_m je molekulový tlak kapaliny a p_k kapilární tlak. V kulovém povrchu kapaliny o poloměru r se mezi kapalinou a plynem udržuje mechanická rovnováha jen tehdy, když tlaky z obou stran nejsou stejné, čili existuje rozdíl tlaků, **kapilární tlak je** $p_k = \frac{2\sigma}{r}$, kde σ je povrchové napětí kapaliny, r poloměr

kulového povrchu. Má-li malá část povrchu kapaliny s povrchovým napětím σ hlavní poloměry křivosti r_1 a r_2 , potom kapilární tlak je dán **Laplaceovým vztahem** $p_k = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$.

Kapilární tlak uvnitř kulové bubliny o poloměru r je roven $p = \frac{4\sigma}{r}$, kde σ je povrchové napětí. Při porovnání kapilárního tlaku uvnitř kulové bubliny a kapilárního tlaku kulové kapky téže kapaliny o stejném poloměru, je kapilární tlak uvnitř kulové bubliny dvojnásobný. Je to způsobeno tím, že kulová bublina má dva povrchy – vnitřní a vnější.



Otázky

1. Definujte kohezní tlak.
2. Vysvětlete vznik kohezního tlaku.
3. Kohezní tlak v kapalinách dosahuje obrovských hodnot. Jak je možné, že tento tlak nerozdrťí předměty, ponořené do kapaliny?
4. Závisí velikost kohezního tlaku na tom, jaký plyn je nad hladinou kapaliny a jaká je jeho hustota?
5. Proč jsou kapaliny málo stlačitelné?
6. Jak se mění hustota vody v oceánu s rostoucí hloubkou pod povrchem?
7. Existuje u kapalin mez pružnosti a mez pevnosti?

8. Proč se zvětšuje poloměr vzduchové bubliny, vystupující od dna jezera k povrchu?
9. Vysvětlíte vznik tlaku pod zakřiveným povrchem kapaliny.
10. Udrží vodní hladina jehlu libovolného průměru?
11. Proč je hustota vody v malé kapce větší?
12. Jak závisí hustota vody na poloměru kapky?

Korespondenční úkol – nutno odeslat doporučenou formou tutorovi

Pište jasně, stručně, výstižně. Maximální délka 2 strany.

Pozorujte, co se děje s malými a velkými bublinami pěny například při přípravě pěnové koupele. Vysvětlíte pomocí uvedené teorie.

**Úlohy**

U 1 Jak velký je přetlak uvnitř mýdlové bubliny o průměru $d = 2$ mm, je-li povrchové napětí mýdlového roztoku $\sigma = 0,04$ N m⁻¹?

U 2 Na hladinu vody opatrně položíme ocelovou jehlu. Jaký smí být nanejvýš průměr d jehly, aby ji povrchová vrstva udržela? Hustota oceli $\rho = 7\,700$ kg m⁻³.

U 3 Jakou práci musíme vykonat, abychom vyfoukli mýdlovou bublinu o poloměru $R = 7$ cm? Povrchové napětí mýdlového roztoku $\sigma = 0,04$ N m⁻¹.

5 KAPILÁRNÍ JEVY

V této kapitole se dozvíte:

- o kapilárních jevech;
- o smáčivosti a nesmáčivosti kapalin;
- o kapilární elevaci a kapilární depresi;
- o chování kapek kapaliny na povrchu jiné kapaliny.

Budete schopni:

- vysvětlit smáčivost nebo nesmáčivost kapalin z adhezních a kohezních sil;
- budete umět zdůvodnit elevaci nebo depresi kapalin v tenkých kapilárách v půdě a ve zdivu;
- budete umět přibližně změřit průměr molekuly kapaliny v monomolekulární vrstvě.

Klíčová slova této kapitoly:

Kapilární jevy, smáčivost kapalin, smáčejší kapalina, nesmáčejší kapalina, krajní úhel, kapilární elevace, kapilární vzestup, kapilární deprese, monomolekulární vrstva .



Čas potřebný k prostudování učiva kapitoly:
3 hodiny teorie + 5 hodiny řešení úloh

5.1 KAPILÁRNÍ JEVY A JEJICH PŘÍČINY

Kapilární jevy jsou jevy způsobené vzájemnými mezimolekulovými silami mezi molekulami dané kapaliny a silami mezi molekulami této kapaliny a pevného tělesa, plynu nebo jiné kapaliny.

Příklad

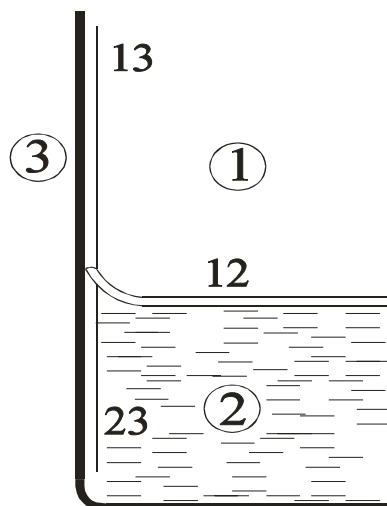
Na obrázku 5.1 se u stěny nádoby stýkají rozhraní tří látek. Volný povrch kapaliny se zakřivuje při pevné stěně. V každém bodě kraje kapaliny se stýkají tři prostředí, 1 – vzduch, 2 – kapalina, 3 - pevná látka. Jedná tedy o tři rozhraní a tři povrchové vrstvy:



- povrchová vrstva 12 mezi vzduchem a kapalinou,
- povrchová vrstva 13 mezi vzduchem a pevnou látkou a
- povrchová vrstva 23 mezi kapalinou a pevnou látkou.

Kapilární jevy se projevují

- zakřivením hladiny kapaliny u stěn nádob,
- změnou polohy hladiny v kapilárách a
- tvořením kapek kapaliny na hladině jiné kapaliny.



Obr. 5.1 Povrchové vrstvy na rozhraní tří prostředí –
vzduchu, kapaliny a pevné látky

Příčiny kapilárních jevů

U stěn nádoby se jedná o rozhraní mezi kapalinou, pevnou látkou a plynem. Na molekuly v povrchové vrstvě kapaliny u stěny nádoby působí kromě kohezních sil (sil soudržnosti) vlastní kapaliny také adhezní síly (síly přilnavosti) vzhledem k pevné látce. Budeme uvažovat krajní případy, potom výslednice těchto sil

- může směřovat do stěn nádoby (síly adhezní jsou větší než kohezní), nebo
- může směřovat do kapaliny (síly kohezní jsou větší než adhezní).

V obou případech se povrch kapaliny u stěn zakřivuje tak, aby tečna k němu byla kolmá na výslednici všech působících sil na molekulu v povrchu kapaliny (viz krajní úhel). Při zakřivení povrchu kapaliny vzniká dodatečný kapilární tlak.

U stěn nádob se toto projeví pouze zakřivením povrchu kapaliny a

- smáčivostí kapaliny nebo
- nesmáčivostí kapaliny,

v kapilárách se toto projeví

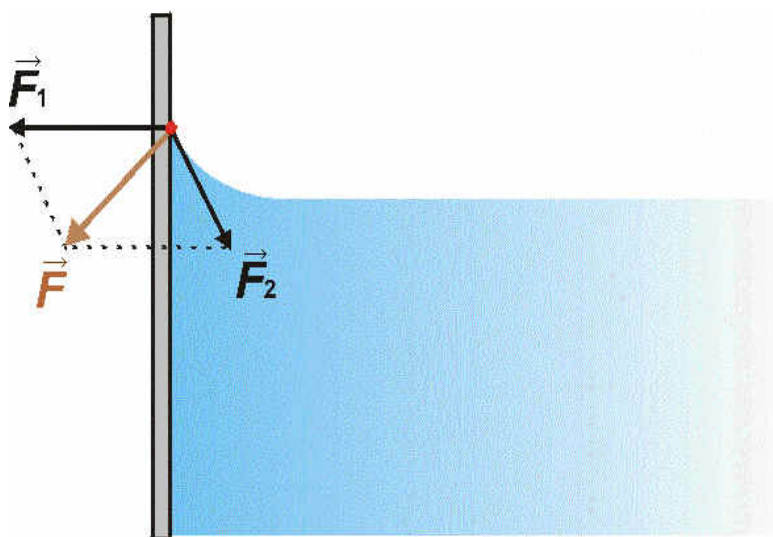
- kapilární elevací kapaliny nebo
- kapilární depresí kapaliny.

5.2 SMÁČIVOST KAPALIN A KRAJNÍ ÚHEL

Smáčivost je vlastnost kapaliny přilnout k povrchu některých pevných látek.

5.2.1 Smáčejší kapaliny

Smáčivost je projevem adhezních sil při styku kapaliny s pevnou látkou. Velikost adhezních sil $\vec{F}_1$ které působí na vybranou molekulu v povrchové vrstvě kapaliny a molekulami povrchové vrstvy pevné látky, je větší než velikost kohezních sil $\vec{F}_2$ mezi vybranou molekulou v povrchové vrstvě kapaliny a molekulami téže kapaliny. **Výslednice sil $\vec{F}$ působících na molekulu v povrchové vrstvě smáčejší kapaliny u stěny nádoby směřuje do kapaliny**, viz obrázek 5.2 *Síly působící na molekulu v povrchové vrstvě smáčejší kapaliny.*



5.2 Síly působící na molekulu v povrchové vrstvě smáčejší kapaliny

Budeme zkoumat svislý řez smáčejší kapalinou u stěny nádoby, viz obr. 5.3. Ve stykovém bodě A působí povrchová napětí σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} . Protože stěna je pevná, je možný pohyb kapaliny pouze podél stěny. Rovnovážný stav nastane, když složky povrchových napětí, rovnoběžné se stěnou, se budou vzájemně rušit. Toto můžeme zapsat vztahem

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} + \sigma_{12} \cos \vartheta,$$

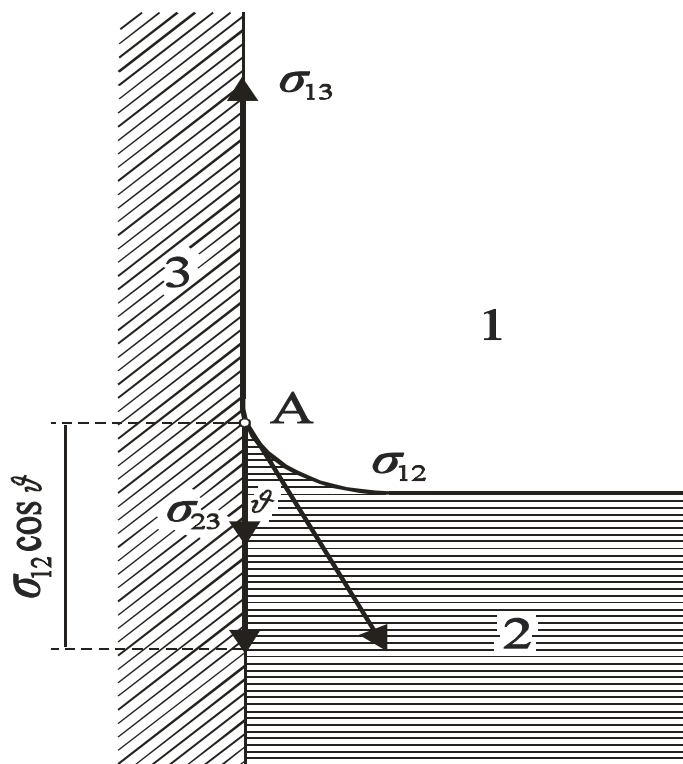
$$\cos \vartheta = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{23}}{\sigma_{12}}.$$

Úhel ϑ se nazývá **krajní úhel**. Tento úhel je reálný jen v případě, když platí

$$|\sigma_{13} - \sigma_{23}| \leq \sigma_{12}.$$

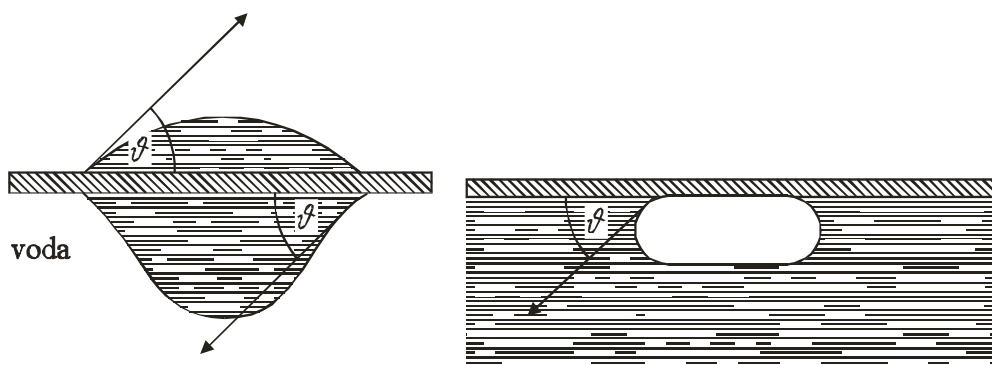
- V případě smáčivé kapaliny se jedná o úhel mezi rozhraním kapaliny a pevné látky a tečnou k povrchu kapaliny v bodě dotyku A.

Pro smáčejší kapaliny je krajní úhel ostrý, tj. $0 < \vartheta < \pi/2$, viz obrázek 5.3 *Smáčejší kapalina u stěny nádoby. Hladina smáčejší kapaliny se u stěny nádoby zvedne* a vytvoří tam konkávní povrch. Jev nastává u kapalin smáčejších stěnu, např. při styku tří prostředí: voda-vzduch-sklo.



Obr. 5.3 Smáčející kapalina u stěny nádoby

Ze vztahu pro $\cos \vartheta$ vyplývá, že krajní úhel ϑ závisí pouze na jakosti tří prostředí, která se stýkají. **Krajní úhel má tedy pro daná tři prostředí stálou hodnotu.** Je stejný nejen podél celého kraje volného povrchu kapalin v nádobě, ale i pro kapku ležící na desce z téže látky, jako je stěna nádoby, viz obr. 5.4 *Krajní úhel u smáčivé kapaliny* pro vodu a sklo, nebo na ní visící (obr. vlevo) nebo konečně pro vzduchovou bublinu v kapalině pod deskou (obr. vpravo).



Obr. 5.4 Krajní úhel u smáčivé kapaliny

Velikost krajního úhlu však závisí nejen na hodnotě povrchového napětí kapaliny, ale také na čistotě povrchu pevné látky; například voda dokonale smáčí pouze čisté sklo.

Pro **dokonale smáčející kapaliny** je krajní úhel nulový, $0 = \vartheta$, kapalina pokryje celou stěnu tenkou vrstvou.

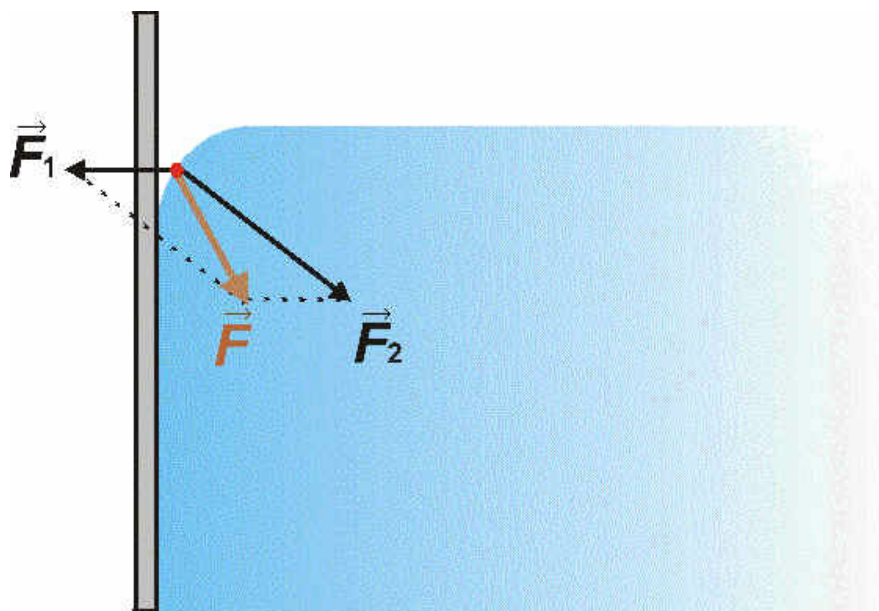
Příklad

Voda smáčí sklo, to současně znamená, že kapka vody se na skle roztéká. Rtuť smáčí kovy, to znamená, že kapka rtuti se na kovech roztéká.



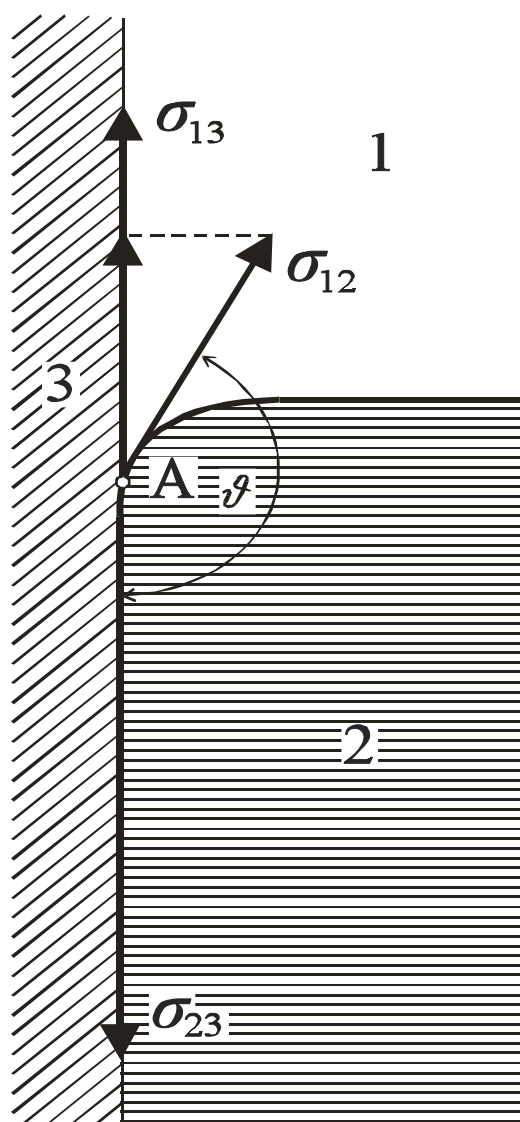
5.2.2 Nesmáčející kapaliny

Nesmáčející kapalina sníží svou hladinu v blízkosti stěny, povrch kapaliny se stane v blízkosti stěny vypuklým, viz obrázek 5.5 *Síly působící v povrchové vrstvě nesmáčející kapaliny*. Velikost adhezních sil $\vec{F}_1$ mezi vybranou molekulou povrchové vrstvy kapaliny a molekulami pevné látky je menší než velikost kohezních sil $\vec{F}_2$ mezi molekulami téže kapaliny. Výslednice sil $\vec{F}$ působících na molekulu v povrchové vrstvě kapaliny směřuje do kapaliny.



5.5 *Síly působící na molekulu v povrchové vrstvě nesmáčející kapaliny*

Pro nesmáčející kapaliny je krajní úhel tupý, viz obr. 5.6 *Nesmáčející kapalina u stěny nádoby*. Hladina kapaliny se u stěny nádoby sníží a vytvoří tam konvexní povrch. Jev nastává u kapalin nesmáčejících stěnu, např. při styku tří prostředí: rtuť-vzduch-sklo.



Obr. 5.6 Nesmáčející kapalina u stěny nádoby

**Příklady**

- Voda nesmáčí staniol. Kapka vody na staniolu vytvoří polokouli až kuličku.
- Rtuť nesmáčí sklo. Kapka rtuti na skle vytvoří kuličku.

5.2.3 Krajní úhel

Zobecníme pojem krajního úhlu. Úhel, který svírá rozhraní (zakřivený povrch) kapaliny a vzduchu nebo dvou kapalin se stěnou pevného tělesa nazýváme **krajní úhel**, též **úhel smáčení (stykový úhel)**, značka ϑ ; jeho hodnota je ovlivněna různou hodnotou povrchového napětí kapaliny na rozhraní jednotlivých látek.

- Pro **kapaliny smáčející stěny** je krajní úhel ostrý, tj. $0 \leq \vartheta < \pi/2$. Pro dokonale smáčející kapaliny je tento úhel nulový. Velikost krajního úhlu závisí nejen na hodnotě povrchového napětí kapaliny, ale také na čistotě povrchu pevné látky; například voda dokonale smáčí pouze čisté sklo.

- Pro **kapaliny nesmáčející stěny** je krajní úhel tupý, tj. $\pi/2 < \vartheta < \pi$, např. pro rtuť a sklo.

Krajní úhel obecně svírají buď rozhraní kapaliny a vzduchu nebo rozhraní dvou kapalin nebo kapaliny se stěnou pevného tělesa. Hodnota krajního úhlu vždy závisí na povrchových napětích (mezimolekulových silách) uvedených dvojic látek.

Tatáž kapalina může být vzhledem k povrchu určité látky smáčející a vzhledem k povrchu jiné látky nesmáčející kapalinou, např. voda smáčí čisté sklo a nesmáčí hladký čistý povrch kovu.

Část pro zájemce

Kapilára, též **vlásečnice**, je trubice s velmi malým vnitřním průměrem, zpravidla menším než jeden milimetr. Základními kapilárními jevy jsou

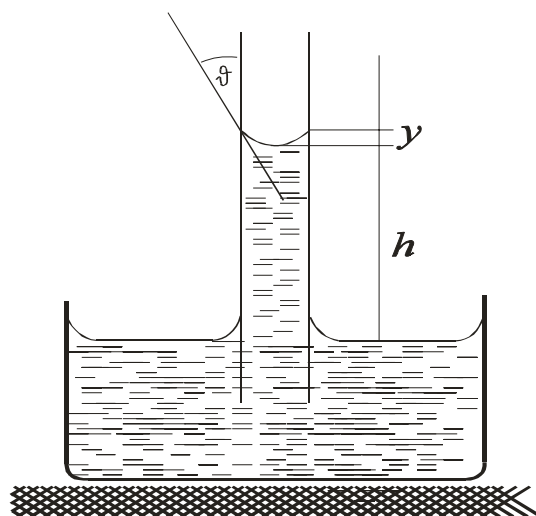
- kapilární elevace a
- kapilární deprese.

Kapilarita je zastaralý termín pro kapilární jevy. Termín je odvozen z nejznámějšího z těchto jevů - vzestupu nebo poklesu kapaliny ve svislých kapilárách (lat. capilla = vlas).



5.3 KAPILÁRNÍ ELEVACE

Ponoříme-li otevřenou skleněnou trubičku o malém poloměru R svisle do vody ve sklenici, zakříví se povrch vody v trubičce při její stěně. Je-li trubička dostatečně úzká – kapilára, prohne se povrch vody v celém jejím průřezu. Vznikne takto meniskus, který je možno pokládat za část kulové plochy o poloměru r . Také vnější povrch kapaliny obklopující ponořenou trubičku se u její stěny zakříví. A nejen to, hladina vody v tenké trubičce bude výše, než je hladina ve sklenici, viz obr. 5.7 *Kapilární elevace*.



Obr. 5.7 *Kapilární elevace*

Kapilární elevace, též vztlínivost, se projevuje vzestupem hladiny kapaliny v kapiláře nad okolní hladinu u kapalin, které *smáčejí stěny nádoby* (například voda - odmaštěné sklo).

Hladina dokonale smáčivé kapaliny (viz smáčivost) v kapiláře o poloměru R je výše než kapalina v široké nádobě s ní spojené o výšku **kapilárního vzestupu (elevační výšku) h** , pro kterou platí následující vztah

$$h = \frac{2\sigma}{R\rho g},$$

kde σ je povrchové napětí kapaliny, ρ hustota kapaliny a g tíhové zrychlení. Vztah platí za předpokladu, že hustota kapaliny je mnohem větší než hustota vzduchu nad kapalinou.

Změny výšky hladiny v kapiláře jsou spojeny s existencí kapilárního tlaku. Všechny tlaky musejí být v rovnováze. Zvýšení hladiny kapaliny v kapiláře způsobuje dodatečný kapilární tlak. Kapilární tlak je v tomto případě záporný, zmenšuje molekulový tlak. Proto hladina v kapiláře vystoupí vzhůru a má tvar dutého vrchlíku, viz obrázek 5.7 *Kapilární elevace*.

O tom, jak se daná kapalina bude chovat v úzké trubici, rozhoduje jak kapalina, tak také látka, z níž je trubice zhotovena. V případě kapilární elevace jsou větší adhezí síly mezi molekulami kapaliny a pevné látky stěny než kohezí síly mezi molekulami kapaliny. Například kapilární elevaci můžeme pozorovat u vody ve skleněných kapilárách.



Část pro zájemce: Odvození vztahu pro kapilární vzestup

Kapilární vzestup h určíme z následující úvahy. V kapalině v tíhovém poli v rovnovážném stavu je v každém místě vodorovné roviny vedené kapalinou stejný tlak. Budeme uvažovat rovinu proloženou povrchem kapaliny v širší nádobě, viz obr. 5.7.

- Nad volným povrchem kapaliny v širší nádobě působí barometrický tlak b , k němuž se těsně pod povrchem přičítá molekulární tlak p_m .
- Povrch kapaliny v kapiláře ponořený do nádoby je pod barometrickým tlakem b zmenšeným však o hydrostatický tlak sloupce vzduchu o výšce h , který je nad kapalinou. Tlak tohoto sloupce je $h\rho_0 g$, kde ρ_0 je hustota vzduchu. K tlaku $(b - h\rho_0 g)$ v kapiláře se přičítá molekulární tlak p_m , který je však vlivem konkávně zakřiveného povrchu kapaliny v kapiláře zmenšen o kapilární tlak $p_k = 2\sigma/r$, a dále se přičítá hydrostatický tlak $h\rho g$, který představuje tlak sloupce kapaliny o výšce h a hustotě ρ a působící v rovině proložené povrchem kapaliny v širší nádobě.

Pro rovnovážný stav vztažený k této rovině platí rovnost tlaků v široké nádobě a v kapilární trubici:

$$b + p_m = b - h\rho_0 g + p_m - \frac{2\sigma}{r} + h\rho g,$$

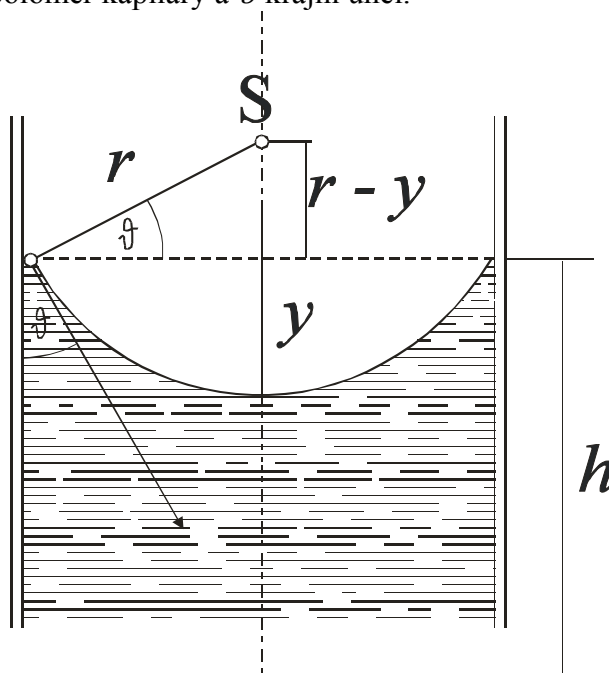
kde r je poloměr křivosti dutého menisku.

Pro elevační výšku h z uvedeného vztahu plyne

$$h = \frac{2\sigma}{r(\rho - \rho_0)g}.$$

Část pro zájemce: Výpočet poloměru křivosti r dutého menisku:

Poloměr křivosti r dutého menisku, viz obr. 5.8, vyjádříme vztahem $r = R/\cos \vartheta$, kde R je vnitřní poloměr kapiláry a ϑ krajní úhel.



Obr. 5.8 Odvození poloměru křivosti dutého menisku

Vztah pro poloměr křivosti dutého menisku r dosadíme do vztahu pro kapilární vzestup h a dostaneme vztah

$$h = \frac{2\sigma}{r(\rho - \rho_0)g} = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{R(\rho - \rho_0)g},$$

kde σ je povrchové napětí kapaliny, ϑ krajní úhel, R je vnitřní poloměr kapiláry, ρ hustota kapaliny a ρ_0 hustota vzduchu nad kapalinou.

Hustota vzduchu nad kapalinou ρ_0 je mnohem menší než hustota kapaliny ρ , můžeme ji zanedbat a potom **kapilární vzestup**

$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{R\rho g}.$$

Příklady**Vzlínání spodní vody na povrch půdy:**

Vnikání vody ze spodních vrstev půdy do jejích horních vrstev a do pórovitých látek je způsoben kapilární elevací. Půda je spojena kapilárami s hladinou spodní vody. Spodní voda vzlíná kapilárami ke kořenům rostlin a vyživuje rostliny. Je-li půda velmi udusaná, jsou půdní kapiláry velmi úzké a kapilární vzestup kapaliny v nich je velký. Toto můžeme zjistit ze vztahu pro kapilární vzestup h , který je nepřímo úměrný poloměru kapiláry. Voda se takto dostává až na půdní povrch a vypařuje se. Ale nejen to, smáčí zasazená semena. Abychom zabránili vypařování vody z povrchu půdy, musíme narušit a zvětšit půdní kapiláry zejména v období



sucha, což se provádí okopáváním. Rovněž po sklizení obilí nebo řepky, kdy půda není kypřena delší období, je nutno pole poorat (odborný termín **podmítání**), abychom **přerušili půdní kapiláry** a tím přerušili vztlínání spodních vod až na povrch půdy a zabránili jejich nadměrnému vypařování.

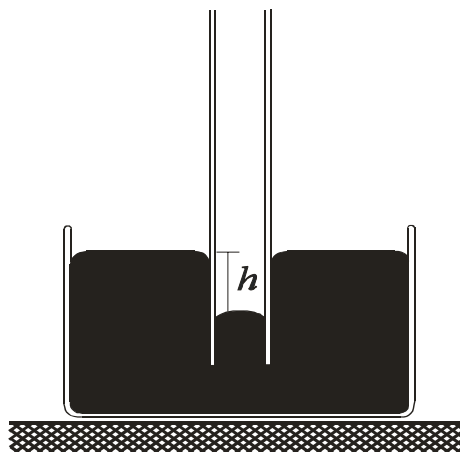
Podmáčení neodizolovaných domů: Spodní voda vztlíná kapilárami nejen ke kořenům rostlin, ale i k základům domů. Nejsou-li základy domů nebo zdi domů dobře od půdy, a tedy od vody, izolovány, vztlíná voda tenkými kapilárami v těchto zdech a tvoří na zdech nehezke „mapy“. Z jejichž povrchu se voda odpařuje. Zabráníme-li odpařování vody ve spodní části zdi, posunou se „mapy“ směrem vzhůru po zdi. Takto jsou postiženy zejména staré budovy, kdy buď izolace proti vodě nebyla provedena nebo byla porušena. K přerušení nežádoucích kapilár ve zdi domu existují různé metody. Nejúčinnější je podřezání zdi a vložení vodotěsné přepážky.

Sání knotů: Kapilární elevací se kapalina nasává do knotů nebo se vysává pórovitými látkami.

5.4 KAPILÁRNÍ DEPRESE

Kapilární deprese se projevuje poklesem hladiny kapaliny v kapiláře pod okolní hladinu u kapalin, které nesmáčejí stěny kapiláry (například rtuť - odmaštěné sklo).

Snížení hladiny kapaliny v kapiláře způsobuje dodatečný kapilární tlak. Kapilární tlak je v tomto případě kladný. Zvětšuje proto molekulový tlak. Povrch kapaliny je vypuklý ven z kapaliny, viz obrázek 5.9 *Kapilární deprese*.



Obr. 5.9 Kapilární deprese



Příklad

Vypočítejte kapilární vzestup vody ve skleněné kapiláře o vnitřním poloměru

a) $R_1 = 1 \text{ mm}$.

b) $R_2 = 0,1 \text{ mm}$.

Předpokládejte, že voda dokonale smáčí stěny skleněné kapiláry.

Řešení:

$$\text{a) } h_1 = \frac{2\sigma}{R_1 \rho g} = \frac{2 \cdot 0,073}{10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 9,81} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3 \text{ cm}.$$

$$b) h_2 = \frac{2\sigma}{R_2 \rho g} = \frac{2.0,073}{10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 9,81} \text{ m} = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}.$$

Kapilární vzestup vody v kapiláře o průměru 2 mm je 3 cm a v kapiláře 0,2 mm je 30 cm.

Z uvedené úlohy vyplývá, že velmi tenké kapiláry například v betonu nebo kameni způsobují vzlínání vody dosti vysoko. Kapiláry přitom nemusejí být svislé, ale mohou se kličkat ve zdivu.

Příklad

Vypočtete kapilární depresi rtuti ve skleněné kapiláře o vnitřním poloměru

c) $R_1 = 1 \text{ mm}.$

d) $R_2 = 0,1 \text{ mm}.$

Předpokládejte, že rtuť dokonale smáčí stěny skleněné kapiláry.

Řešení:

$$a) h_1 = \frac{2\sigma}{R_1 \rho g} = \frac{2.0,470}{10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 9,81} \text{ m} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,5 \text{ cm}.$$

$$b) h_2 = \frac{2\sigma}{R_2 \rho g} = \frac{2.0,470}{10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 9,81} \text{ m} = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}.$$

Kapilární deprese rtuti ve skleněné kapiláře o průměru 2 mm je 1,5 cm a v kapiláře 0,2 mm je 15 cm.

Porovnáme-li kapilární depresi rtuti s kapilární elevací vody, zjistíme, že rtuť má depresi asi poloviční ve srovnání s elevací vody.

Úkol k textu

Jak byste mohli zjistit poslední závěr rychlejším způsobem?



5.5 KAPKY NA POVRCHU DRUHÉ KAPALINY

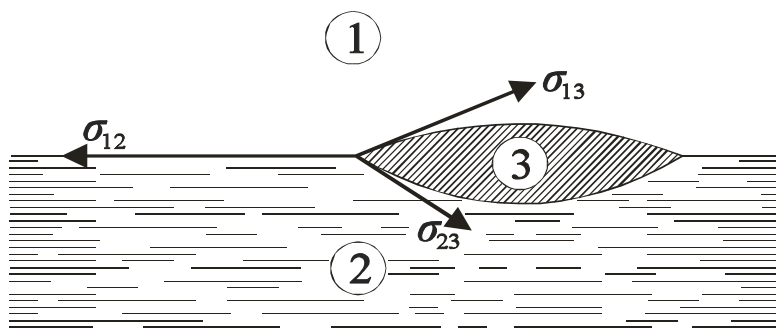
Kápněme na povrch kapaliny 2 (vody) kapku jiné kapaliny 3 (oleje) o menší hustotě, která se s ní nemísí.

Mohou nastat dva případy:

- kapka udrží na hladině jiné kapaliny a získá čočkovitý tvar nebo
- kapka se rozteče po povrchu kapaliny.

5.5.1 Kapka se udrží na hladině jiné kapaliny

Případ, kdy se kapka čočkovitého tvaru udrží na hladině kapaliny jako kapka je na *obr. 5.10 Kapka na povrchu druhé kapaliny.*



Obr. 5.10 Kapka na povrchu druhé kapaliny

Potom obvodem kapky je kružnice a v bodech této kružnice se stýká kapalina 2 s kapalinou 3, dále kapalina 3 s plynným prostředím 1 a dále plynné prostředí 1 s kapalinou 2. V každém bodě obvodu kapky působí proto tři síly povrchového napětí $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{13}$ a $\vec{F}_{23}$. Každá z nich má směr tečny k příslušné stykové ploše. Síly $\vec{F}_{13}$ a $\vec{F}_{23}$ kapku stahují, zatímco síla $\vec{F}_{12}$ se ji snaží roztáhnout. Pro rovnovážný stav, tj. aby kapka na kapalině zůstala v klidu, musí platit

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = \vec{0}.$$

Jinak řešeno, každá z těchto sil musí být rovna opačně namířené výslednici zbývajících dvou. Uvedená rovnice bude splněna jen tehdy, splňují-li povrchová napětí příslušející těmto silám nerovnost

$$\sigma_{12} < \sigma_{13} + \sigma_{23}.$$

Takto je tomu u těžkého oleje, parafinového oleje nebo vazelinového oleje, na vodě obklopené vzduchem. Kapka tohoto oleje udrží čočkovitý tvar.

Přesvědčte se, zda tvrzení platí. Dále jsou uvedena příslušná povrchová napětí.

- $\sigma_{12} = 0,073 \text{ N/m}$, voda – vzduch,
- $\sigma_{23} = 0,038 \text{ N/m}$, voda – parafinový olej,
- $\sigma_{13} = 0,040 \text{ N/m}$, olej – vzduch.

5.5.2 Kapka se rozlije na hladině jiné kapaliny

Platí-li o povrchových napětích nerovnost

$$\sigma_{12} > \sigma_{13} + \sigma_{23},$$

kapka se nemůže vytvořit, kapalina 3 se roztáhne ve velmi tenkou blanku po povrchu kapaliny 1. Příkladem jsou lehké oleje, např. určité druhy olivového oleje.

Přesvědčte se, zda tvrzení platí. Dále jsou uvedena příslušná povrchová napětí.

- $\sigma_{12} = 0,073 \text{ N/m}$, voda – vzduch,
- $\sigma_{23} = 0,012 \text{ N/m}$, voda – olivový olej,
- $\sigma_{13} = 0,032 \text{ N/m}$, olivový olej – vzduch.



Úkol k textu

Z uvedených dvou příkladů jste poznali, že olej se může na vodě chovat různě. Při některých druzích oleje uvidíme na vodě kapky, v jiném případě vznikne na povrchu vody velmi tenká vrstvička oleje, olej se na vodě rozprostře.

Ověřte experimentálně, jak se oleje, které používáte v domácnosti nebo v dílně, chovají na hladině čisté vody.

Návod: Nalijte do širší čisté nádoby nebo talíře čistou vodu. Potom posypejte povrch vody nesmáčivým pudrem nebo pepřem z pepřenky. Do středu posypaného povrchu vody opatrně položte pomocí jehly malou kapku oleje, např. olivového. Rozlézající se olej tlačí prášek před sebou, takže na povrchu vznikne čistá skvrna oleje kruhového tvaru. Na dostatečně velkém vodním povrchu rozlézání oleje trvá tak dlouho, dokud olej nevytvoří tzv. **monomolekulární vrstvu** nebo stručněji **povrchový film**, tj. takovou vrstvu, jejíž tloušťka se rovná průměru d jedné olejové molekuly. Z hmotnosti olejové kapky a z velikosti olejové skvrny byste mohli přibližně změřit průměr molekul oleje ($d \approx 10^{-9}$ m). Takto byla prováděna *první měření průměru molekul*.

Vzhledem k vysokému povrchovému napětí se na vodě a rtuti rozprostře velmi mnoho kapalin, takže se voda a rtuť tímto způsobem velmi snadno znečistí. Nečistoty povrchové napětí zpravidla snižují. Kápneme-li např. do středu hladiny vody posypané pepřem nebo pudrem na hladinu éter, pepř nebo pudr se jakoby „rozprchnou“ do stran. Látky, které **silně snižují povrchové napětí** již při malé koncentraci se nazývají **povrchově aktivní látky**.

Shrnutí kapitoly

Kapilární jevy jsou jevy způsobené vzájemnými mezimolekulovými silami mezi molekulami dané kapaliny a silami mezi molekulami této kapaliny a pevného tělesa, plynu nebo jiné kapaliny. Kapilární jevy se projevují zakřivením hladiny kapaliny u stěn nádob, změnou polohy hladiny v kapilárách a tvořením kapek kapaliny na hladině jiné kapaliny.

Příčinou kapilárních jevů jsou síly kohezní a adhezní. U stěn nádoby se jedná o rozhraní mezi kapalinou, pevnou látkou a plynem. Na molekuly v povrchové vrstvě kapaliny u stěny nádoby působí kromě kohezních sil (sil soudržnosti) vlastní kapaliny také adhezní síly (síly přilnavosti) vzhledem k pevné látce. Výslednice těchto sil může směřovat do stěn nádoby (síly adhezní jsou větší než kohezní), nebo může směřovat do kapaliny (síly kohezní jsou větší než adhezní). V obou případech se povrch kapaliny u stěn zakřivuje tak, aby tečna k němu byla kolmá na výslednici všech působících sil na molekulu v povrchu kapaliny. Při zakřivení povrchu kapaliny vzniká dodatečný kapilární tlak. U stěn nádob se toto projeví pouze zakřivením povrchu kapaliny a smáčivostí kapaliny nebo nesmáčivostí kapaliny. V kapilárách vznikne kapilární elevace kapaliny nebo kapilární deprese kapaliny.

Smáčivost je vlastnost kapaliny přilnout k povrchu některých pevných látek. **Výslednice sil** působících na molekulu v povrchové vrstvě smáčející kapaliny u stěny nádoby směřuje **do kapaliny**. **Hladina smáčející kapaliny se u stěny nádoby zvedne** a vytvoří tam konkávní povrch. **Nesmáčející kapalina sníží svou hladinu v blízkosti stěny**, povrch kapaliny se stane v blízkosti stěny vypuklým.

Krajní úhel: Zobecníme pojem krajního úhlu. Úhel, který svírá rozhraní (zakřivený povrch) kapaliny a vzduchu nebo dvou kapalin se stěnou pevného tělesa nazýváme **krajní úhel**, též **úhel smáčení (stykový úhel)**, značka ϑ ; jeho hodnota je ovlivněna různou hodnotou povrchového napětí kapaliny na rozhraní jednotlivých látek. Pro **kapaliny smáčející stěny** je krajní úhel ostrý, pro **dokonale**



smáčející kapaliny je krajní úhel nulový, tj. $0 \leq \vartheta < \pi/2$. Pro **kapaliny nesmáčející stěny** je krajní úhel tupý, tj. $\pi/2 < \vartheta < \pi$.

Kapilární elevace, též vzlínávnost, se projevuje vzestupem hladiny kapaliny v kapiláře nad okolní hladinu u kapalin, které *smáčejí stěny nádoby*. Příčinou je přídavný kapilární tlak, který je zde záporný, zmenšuje molekulový tlak. Povrch kapaliny je vydutý vzhledem ke vzduchu. Hladina dokonale smáčející kapaliny v kapiláře o poloměru R je výše než kapalina v široké nádobě s ní spojené o výšku **kapilárního vzestupu (elevační výšky) h** , pro kterou platí následující vztah $h = \frac{2\sigma}{R\rho g}$, kde σ je povrchové napětí kapaliny, ρ hustota kapaliny a g tíhové zrychlení.

Kapilární deprese se projevuje poklesem hladiny kapaliny v kapiláře pod okolní hladinu u kapalin, které nesmáčejí stěny kapiláry. Snížení hladiny kapaliny v kapiláře způsobuje dodatečný kapilární tlak, který je v tomto případě kladný. Zvětšuje proto molekulový tlak. Povrch kapaliny je vypuklý ven z kapaliny.

Kapka na povrchu druhé kapaliny, která se s ní nemísí, buď *se udrží* na hladině jiné kapaliny a získá čočkovitý tvar nebo *se rozteče* po povrchu kapaliny.

Kapka, která se udrží na hladině jiné kapaliny o větší hustotě, má čočkovitý tvar. Obvodem kapky je kružnice a v bodech této kružnice se stýká kapalina 2 s kapalinou 3, dále kapalina 3 s plynným prostředím 1 a dále plynné prostředí 1 s kapalinou 2. V každém bodě obvodu kapky působí tři síly povrchového napětí $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{13}$ a $\vec{F}_{23}$. Každá z nich má směr tečny k příslušné stykové ploše. Síly $\vec{F}_{13}$ a $\vec{F}_{23}$ kapku stahují, zatímco síla $\vec{F}_{12}$ se ji snaží roztáhnout. Pro rovnovážný stav, tj. aby kapka na kapalině zůstala v klidu, musí platit $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = \vec{0}$. Uvedená rovnice bude splněna jen tehdy, splňují-li povrchová napětí příslušející těmto silám nerovnost $\sigma_{12} < \sigma_{13} + \sigma_{23}$.

Kapka se rozlije na hladině jiné kapaliny, platí-li o povrchových napětích nerovnost $\sigma_{12} > \sigma_{13} + \sigma_{23}$, kapka se nemůže vytvořit. Kapalina 3 se roztáhne ve velmi tenkou blanku po povrchu kapaliny 1. Na dostatečně velkém vodním povrchu rozlézání oleje trvá tak dlouho, dokud kapaliny nevytvoří tzv. **monomolekulární vrstvu** nebo stručněji **povrchový film**, tj. takovou vrstvu, jejíž tloušťka se rovná průměru d jedné molekuly. Takto byla prováděna *první měření průměru molekul*.



Otázky

1. Které jevy vznikají na rozhraní kapaliny, plynu a pevné látky?
2. Vyjmenujte je. b) Uved'te příčiny těchto jevů.
3. Proč některé kapaliny smáčejí stěny nádoby? Uved'te konkrétní příklady.
4. Proč některé kapaliny nesmáčejí stěny nádoby? Uved'te konkrétní příklady.
5. Zakreslete povrch kapaliny u stěny nádoby v těchto případech: a) kapalina smáčí stěny, b) kapalina nesmáčí stěny.

6. Definujte krajní úhel. a) Nakreslete povrch smáčející kapaliny a zakreslete krajní úhel. b) Nakreslete povrch nesmáčející kapaliny a zakreslete krajní úhel. c) Co platí o krajních úhlech v uvedených případech?
7. Na čem závisí, zda nastane jev kapilární elevace nebo kapilární deprese u dané kapaliny?
8. Odvoďte vztah pro výšku vzestupu kapaliny v kapiláře.
9. Má hladina vody v kapiláře stejný poloměr křivosti jako je poloměr kapiláry? Odpověď zdůvodněte.
10. Proč voda mezi rovnoběžnými skleněnými deskami, jejichž vzájemná vzdálenost je d , vystoupí do menší výšky než v kapiláře o průměru d ?
11. Proč se slepují vlákna štětce, namočeného do vody?
12. Proč nelze psát inkoustem po mastném papíru?
13. Na čem závisí, zda kapka oleje na vodní hladině se udrží pohromadě nebo zda se roztáhne do monomolekulární vrstvy?
14. Na čem spočívá pájení kovů?
15. Uveďte význam kapilárních jevů v přírodě.

Korespondenční úkol – nutno odeslat 1 úkol doporučenou formou tutorovi

Pište jasně, stručně, výstižně. Maximální délka 2 strany.



KU 1 Vysvětlete funkci: a) knotu v petrolejce, b) vlhnutí zdiva, c) funkci sacího papíru, d) funkci sacích utěrek na mytí apod.?

KU 2 Vysvětlete podstatu flotace. Informaci o flotaci musíte sami vyhledat. Uveďte dva konkrétní příklady.

Úlohy

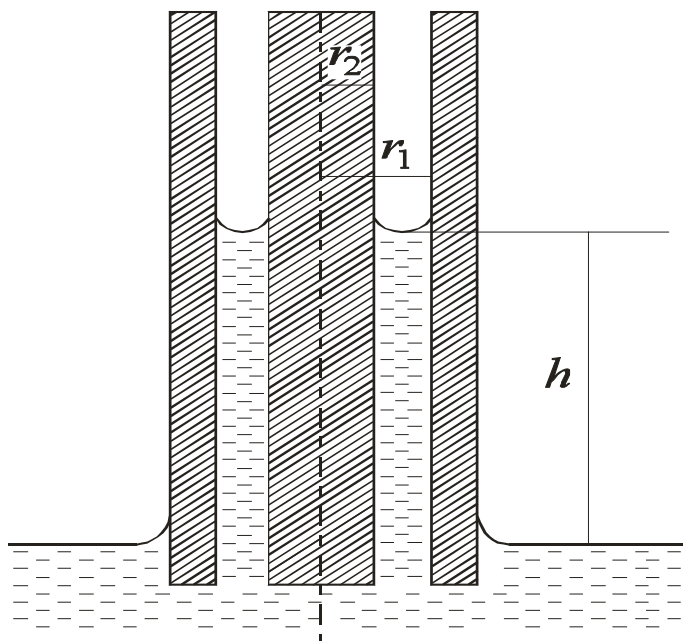
U 1 Určete poloměr kapiláry, v níž je voda o výšku $h = 2$ cm nad hladinou v širší nádobě. Povrchové napětí vody $\sigma = 0,073$ N/m, hustota $\rho = 1\,000$ kg/m³. Krajní úhel $\theta = 0$.

U 2 V kapiláře o vnitřním průměru $d = 1$ mm vystoupil líh do výšky $h = 11,4$ mm. Určete povrchové napětí lihu. Hustota lihu $\rho = 790$ kg/m³. Krajní úhel $\theta = 0$.

U 3 Do vody jsou svisle ponořeny dvě skleněné kapiláry o vnitřních poloměrech $r_1 = 0,4$ mm, $r_2 = 1$ mm. Určete povrchové napětí vody, je-li rozdíl hladin vody v kapilárách $\Delta h = 2,2$ cm.

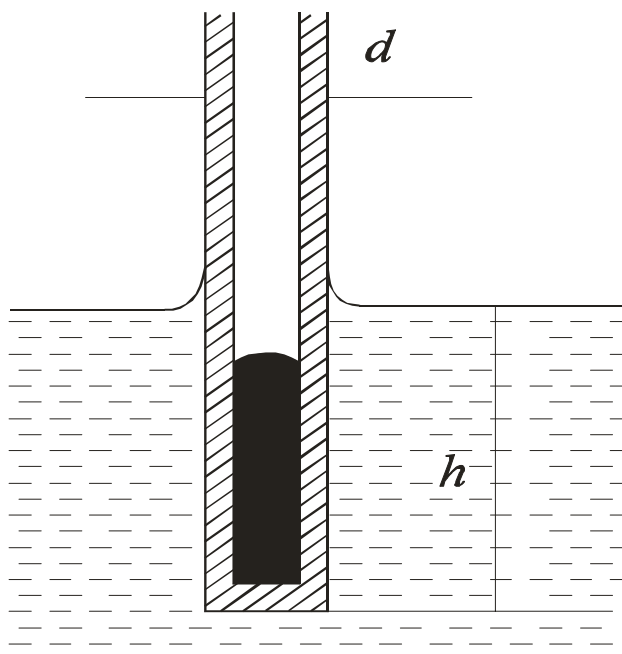
U 4 Do jaké výšky h vystoupí voda mezi dvěma rovnoběžnými skleněnými deskami svisle ponořenými do vody, je-li jejich vzájemná vzdálenost $d = 0,5$ mm?

U 5 Do skleněné kapiláry s vnitřním poloměrem $r_1 = 1$ mm je zasunuta skleněná tyčinka poloměru $r_2 = 0,75$ mm tak, že mezera mezi ní a stěnou kapiláry je všude stejná, viz obr. Vypočítejte výšku h , do které vystoupí voda v mezeře.



U 6 Jaká je výška h rtuťového sloupce v barometrické trubici o vnitřním poloměru $r = 1$ mm, je-li barometrický tlak $b = 9,5 \cdot 10^{-10}$ Pa? Povrchové napětí rtuti $\sigma = 0,49$ N/m¹, hustota $\rho = 13\,600$ kg/m³.

U 7 Kapilára kruhového průřezu o vnějším průměru $d = 3$ mm je na jednom konci zatavena. U zataveného konce je v kapiláře krátký sloupeček rtuti, takže kapilára plave svisle, zataveným koncem dolů, viz obr. Celková hmotnost kapiláry se rtutí je $m = 0,2$ g. Je-li povrchové napětí vody $\sigma = 0,073$ N/m, hustota vody $\rho = 1\,000$ kg/m³, krajní úhel $\vartheta = 0$, v jaké hloubce h pod hladinou je spodní konec kapiláry?



U 8 Kapiláru o vnitřním poloměru $r = 0,1$ mm, délky $h = 20$ cm svisle ponoříme do vody. Horní konec kapiláry je zataven. Jaká délka x kapiláry musí být pod hladinou vody, aby hladiny vody vně i uvnitř kapiláry byly ve stejné výši? Tlak vzduchu $b = 10^5$ Pa.

U 9 Kapilára o vnitřním poloměru $r = 0,75$ mm, délky $l = 20$ cm je na jednom konci zatavena. Kapilára je vodorovně ponořena do rtuti tak, že v ní všechen vzduch zůstane. Jaká je délka l_1 sloupce vzduchu v kapiláře, je-li ponořena do hloubky $h = 10$ cm? Barometrický tlak $b = 10^5$ Pa, povrchové napětí rtuti $\sigma = 0,49$ N/m.

U 10 V otevřené kapiláře vnitřního průměru $r_1 = 0,5$ mm je sloupeček vody, kapilára je ve svislé poloze. Určete poloměr křivosti r_2 spodního menisku za předpokladu, že poloměr horního menisku je rovný vnitřnímu poloměru kapiláry r_1 . Výška sloupečku vody v kapiláře je a) $h = 2$ cm, b) $h = 4$ cm. c) Určete, při které výšce h sloupce vody je spodní meniskus rovinný.

6 MĚŘENÍ POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ

V této kapitole se dozvíte:

- o měření povrchového napětí kapkovou metodou;
- o měření povrchového napětí porovnávací metodou;
- o měření povrchového napětí z kapilární elevace.

Budete schopni:

- změřit povrchové napětí kapkovou metodou;
- změřit povrchové napětí porovnávací metodou;
- změřit povrchové napětí z kapilární elevace.

Klíčová slova této kapitoly:

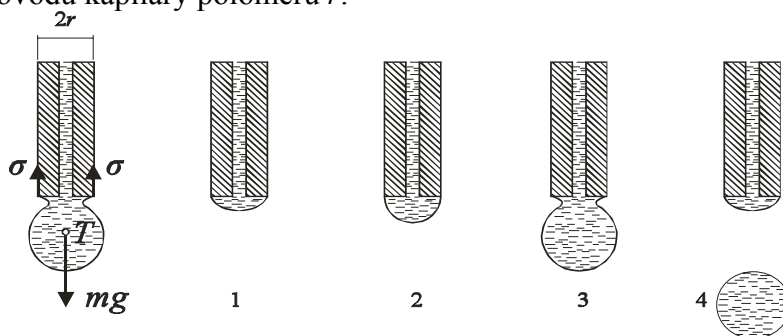
měření povrchového napětí, kapková metoda, měření z kapilární elevace.



Čas potřebný k prostudování učiva kapitoly:
1 hodiny teorie + 3 hodiny řešení úloh

6.1 MĚŘENÍ POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ KAPKOVOU METODOU

Necháme zvolna odkapávat kapalinu z tlustostěnné kapiláry. Na obr. 6.1 je rozfázováno do 4 fází odkapávání kapaliny z kapiláry. Kapka odkápne tehdy, když tíhová síla kapky $\vec{F}_G$ překročí sílu povrchového napětí $\vec{F}_\sigma$, která působí na vnějším obvodu kapiláry poloměru r .



Obr. 6.1 Odkapávání kapaliny z tlustostěnné kapiláry

Vyjádříme síly, které působí na kapku těsně před jejím odkápnutím z kapiláry. Budeme předpokládat, že kapalina dokonale smáčí stěny kapiláry. Potom obě síly působí ve svislém směru a jsou opačné. Můžeme proto počítat pouze s jejich absolutními hodnotami. Vyjádříme velikosti sil:

- Velikost tíhové síly kapky těsně před odkápnutím je $F_G = mg$, kde m je hmotnost jedné kapky.
- Velikost síly povrchového napětí těsně před odkápnutím je $F_\sigma = 2\pi r\sigma$, kde r je vnější obvod kapiláry a σ povrchové napětí kapaliny, která odkapává z kapiláry.

V okamžiku odkápnutí platí $\vec{F}_G = -\vec{F}_\sigma$, tedy $mg = 2\pi r\sigma$. Z toho povrchové napětí odkapávající kapaliny je

$$\sigma = \frac{mg}{2\pi r}.$$

Vztah platí pouze přibližně. Při odkapávání se kapka v části při kapilární trubici zúží a v tom místě se odtrhne. Část kapaliny zůstane v trubici. Tíhová síla kapky je ve skutečnosti menší. Proto se měření provádí porovnávací metodou.

6.2 POROVNÁVACÍ METODA MĚŘENÍ POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ

V případě, že známe povrchové napětí jedné kapaliny, můžeme určit povrchové napětí další kapaliny. Necháme odkapávat obě kapaliny z téže kapiláry. Potom z výše odvozeného vztahu pro povrchová napětí platí, že povrchová napětí jsou přímo úměrná hmotnostem kapek. Platí tedy

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

Pro většinu kapalin platí, že v kapiláře zůstává přibližně stejná poměrná část kapky v kapiláře při odkápnutí, proto můžeme podle uvedeného vztahu měřit povrchové napětí. Pro zvětšení přesnosti měření necháme odkapat větší počet kapek obou kapalin. Navíc není nutno, abychom používali kapilární trubici, stačí, když použijeme stejné kapátko.

6.3 MĚŘENÍ POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ Z KAPILÁRNÍ ELEVACE

Povrchové napětí kapaliny, která *dokonale smáčí stěny kapilární trubice*, určíme z již odvozeného vztahu pro výšku kapilárního vzestupu h dokonale smáčivé kapaliny v kapiláře o vnitřním poloměru R

$$h = \frac{2\sigma}{R\rho g},$$

kde σ je povrchové napětí kapaliny, ρ hustota kapaliny a g tíhové zrychlení. Vztah platí za předpokladu, že hustota kapaliny je mnohem větší než hustota vzduchu nad kapalinou. Z tohoto vztahu pro povrchové napětí dostáváme

$$\sigma = \frac{\rho g h R}{2}.$$

V případě nedokonalého smáčení použijeme vztah

$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{R\rho g}$$

a z něho vyplývající vztah pro povrchové napětí

$$\sigma = \frac{\rho g h r}{2 \cos \vartheta},$$

kde r je poloměr kulového vrchlíku a ϑ krajní úhel. Obojí můžeme změřit promítnutím tohoto kulového vrchlíku v kapiláře na stínítko.

Shrnutí kapitoly



Měření povrchového napětí kapkovou metodou: Necháme zvolna odkapávat kapalinu z tlustostěnné kapiláry. Kapka odkápne tehdy, když tíhová síla kapky $\vec{F}_G$ překročí sílu povrchového napětí $\vec{F}_\sigma$, která působí na vnějším obvodu kapiláry poloměru r . V okamžiku odkápnutí platí $\vec{F}_G = -\vec{F}_\sigma$, tedy $mg = 2\pi r\sigma$. Z toho povrchové napětí odkapávající kapaliny je $\sigma = \frac{mg}{2\pi r}$. Vztah platí pouze přibližně

Porovnávací metoda měření povrchového napětí: V případě, že známe povrchové napětí jedné kapaliny, můžeme určit povrchové napětí další kapaliny. Necháme odkapávat obě kapaliny z téže kapiláry. Potom z výše odvozeného vztahu pro povrchová napětí platí, že povrchová napětí jsou přímo úměrná hmotnostem kapek. Platí tedy $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{m_1}{m_2}$.

Měření povrchového napětí z kapilární elevace: Povrchové napětí kapaliny, která *dokonale smáčí stěny kapilární trubice*, určíme ze vztahu pro výšku kapilárního vzestupu h v kapiláře o vnitřním poloměru R dokonale smáčivé kapaliny $h = \frac{2\sigma}{R\rho g}$, kde σ je povrchové napětí kapaliny, ρ hustota kapaliny a g tíhové zrychlení. Vztah platí za předpokladu, že hustota kapaliny je mnohem větší než hustota vzduchu nad kapalinou. Z tohoto vztahu pro povrchové napětí dostáváme $\sigma = \frac{\rho g h R}{2}$.

V případě *nedokonalého smáčení* použijeme vztah $h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{R\rho g}$ a z něho vyplývající vztah pro povrchové napětí $\sigma = \frac{\rho g h r}{2 \cos \vartheta}$, kde r je poloměr kulového vrchlíku a ϑ krajní úhel.

**Otázky**

1. Proč se při odkapávání lihu a vody ze dvou stejných kapilár tvoří větší kapky vody než lihu?
2. Uveďte princip měření povrchového napětí a) kapkovou metodou, b) porovnávací metodou a c) z kapilární elevace.
3. Navrhněte alespoň dva způsoby měření poloměru kapiláry R .
4. Navrhněte způsob měření poloměru kulového vrchlíku kapaliny v kapiláře.

**Úloha č. 1**

U 1 Úzkou silnostěnnou trubičkou vykapalo $n_1 = 100$ kapek vody o celkové hmotnosti $m_1 = 5$ g. Glycerinu vykapalo toutéž trubičkou $n_2 = 50$ kapek celkové hmotnosti $m_2 = 2$ g. Vypočtěte povrchové napětí glycerinu, je-li povrchové napětí vody $\sigma_1 = 0,072$ N/m.

U 2 Kapilárou o vnějším průměru $d = 1,2$ mm vykapal objem $V = 3$ cm³ olivového oleje v $n = 220$ kapkách. Určete povrchové napětí oleje, je-li jeho hustota $\rho = 910$ kg/m³. Zúžení kapky při odtržení neuvažujte.

$V = 3$ cm³ olivového oleje v $n = 220$ kapkách. Určete povrchové napětí oleje, je-li jeho hustota $\rho = 910$ kg/m³. Zúžení kapky při odtržení neuvažujte.

ZÁVĚR

Dospěli jste spolu se mnou k závěru molekulových jevů v kapalinách. Pochopili jste kouzlo mezimolekulových sil. Zjistili jste, že se silami koheze a adheze se setkáváte každodenně, aniž jste si tutu okolnost dříve uvědomovali.

Cílem studijní opory bylo usnadnění pochopení molekulových jevů v kapalinách. Tímto směrem byl veden postupný výklad jednotlivých jevů. Do útlého dílka, jako je studijní opora, nebylo možno uvést všechny aplikace v praxi. Myslím, že již při čtení Vás napadaly další příklady, kde se molekulové jevy vyskytují. Zkuste v tomto směru myslet i dále a objevujte je ve svém každodenním životě. Stanete se lepšími pozorovateli a hlavně budete dále objevovat kouzlo molekulových sil. Poprvé tomu bylo, když jste v dětství vyfukovali bubliny různé velikosti a divili jste se, že ty velké se rychle rozprsknou, zatímco malé postupně klesají a mizí až na zemi. Dnes již víte, proč tomu tak je.

ŘEŠENÍ ÚLOH

Kapitola/ Stránka	Číslo úlohy	Řešení
3/20		Povrch kapaliny se pod těmito předměty mírně prohne.
3/22		Vodní roztok kuchyňské soli má větší povrchové napětí než voda.
3/29	1	10^5 krát
3/29	2	$\rho = \rho_0 (1 + 2 \sigma \gamma / r) = 1\,007 \text{ kg.m}^{-3}$
4/37	1	$p = 160 \text{ Pa}$
4/37	2	$d = \sqrt{8 \sigma / \pi \rho g} = 1,57 \text{ mm}$
4/37	3	$4,9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
5/49		Z poměru σ/ρ obou kapalin
5/53	1	$r = 0,74 \text{ mm}$
5/53	2	$\sigma = 0,022 \text{ N.m}^{-1}$
5/53	3	$\sigma = 0,072 \text{ N.m}^{-1}$
5/53	4	$h = 2 \sigma / \rho g d \approx 0,03 \text{ m}$
5/53	5	$h = 2 \sigma / \rho g (r_1 - r_2) \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
5/54	6	$h = 1 / \rho g (b - 2 \sigma / r) = 0,705 \text{ m}$
5/54	7	$h = 4(mg + \pi d \sigma) / \pi d^2 \rho g$
5/54	8	$x = 2 h \sigma / (2 \sigma + b r) = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
5/55	9	$l_1 = b l / (b + h \rho g - 2 \sigma / r) = 0,178 \text{ m}$
5/55	10	a) $r_2 = -0,152 \text{ cm}$ (meniskus vydutý), b) $r_2 = +0,145 \text{ cm}$ (meniskus vypuklý), c) $h = 2,98 \text{ cm}$
6/60	1	$\sigma_2 = (m_2 n_1 / m_1 n_2) \sigma_1 = 0,0576 \text{ N.m}^{-1}$
6/60	2	$\sigma = \rho g V / 2 \pi r n = 0,032 \text{ N.m}^{-1}$

LITERATURA



1. FEYNMAN, RP. *Fejmanovskije lekcii po fizike: Zadači i upražněníja s otvĕtami i řešenijemi*. Moskva: Mir, 1978.
2. FUKA, J., BĚLAŘ, A. *Mechanika a akustika*. Praha: SPN, 1967.
3. FUKA, J., BĚLAŘ, A. *Termika a molekulová fyzika*. Praha: SPN, 1968.
4. FUKA, J. *Úvod do teorie relativity*. Olomouc, 1970.
5. HAJKO, V. a kol. *Fyzika v príkladoch*. Bratislava: SVTL, 1960.
6. HLAVIČKA, A., aj. *Fyzika pro pedagogické fakulty*. Praha: SPN, 1971.
7. Kolektiv katedry fyziky VŠB v Ostravě. *Sbírka příkladů z fyziky*. Ostrava: Ediční středisko VŠB, 1987.
8. KRONIN, D., GRINGERG, D., TĚLEGDI, V. *Sbornik zadač po fizike s řešenijemi*. Moskva: Atomizdat, 1975.
9. MECHLOVÁ, E., KOŠTÁL, K., aj. *Výkladový slovník fyziky pro základní vysokoškolský kurz*. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-151-5.
10. MOORE, WJ. *Fyzikální chemie*. Praha: SNTL, 1981.
11. SVOBODA, E. BAKULE, R. *Molekulová fyzika*. Praha: Academia, 1992. ISBN 80-200-0025-9.
12. SYROVÝ, A. *Sbírka příkladů z fyziky*. Praha: SNTL, 1971.
13. TULČINSKIJ, M. J. *Zbierka kvalitatívnych úloh z fyziky*. Bratislava: Alfa, Moskva: Mir, 1978.
14. ZEMAN, V. a kol. *Sbírka řešených úloh z fyziky pro pedagogické fakulty*. Praha: SPN, 1971.