

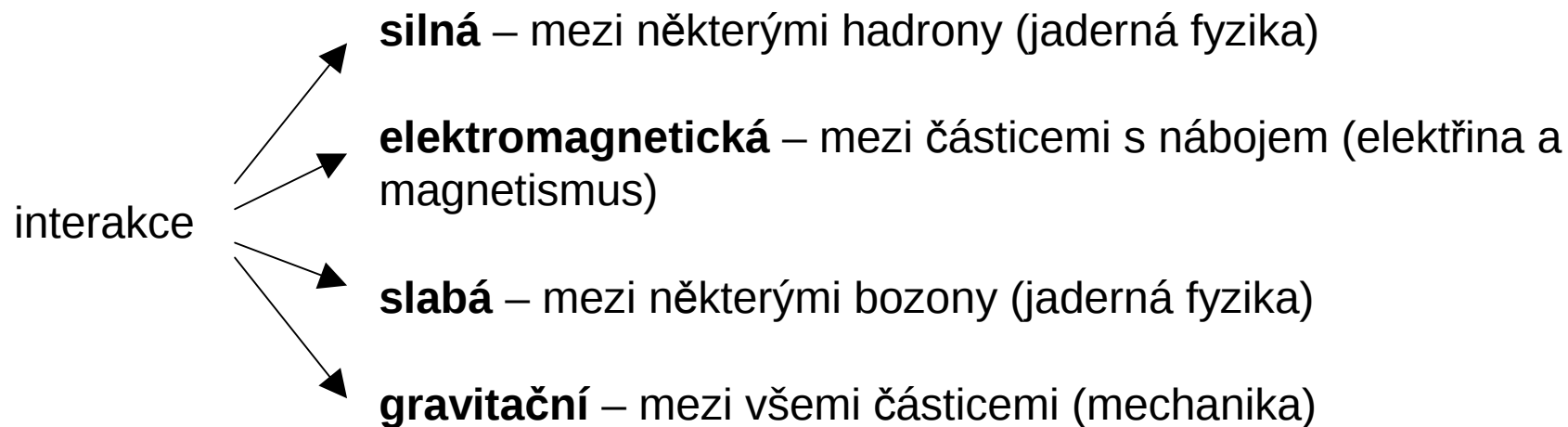
I. Statické elektrické pole ve vakuu

- Osnova:
1. Náboj a jeho vlastnosti
 2. Coulombův zákon
 3. Intenzita elektrostatického pole
 4. Gaussova věta elektrostatiky
 5. Potenciál elektrického pole
 6. Pole vodiče ve vakuu

1. Náboj a jeho vlastnosti

Typy interakcí

existují čtyři typy vzájemného silového působení mezi elementárními částicemi (elektron, proton, mion, ...)



1. Náboj a jeho vlastnosti

Vlastnosti náboje (zjištěné experimentálně)

1. Náboj je **vázán** na částici. Je možné ho zjistit jen pomocí silového působení.
2. Existují dva druhy sil mezi náboji (přitažlivé a odpuzivé) – **2 druhy náboje**.
3. Zákon **zachování náboje** – celkové množství el. náboje v el. izolované soustavě je stálé.
4. Zákon **invariantnosti** náboje – velikost náboje se při pohybu nemění.
5. Zákon **kvantování náboje** – existuje nejmenší možný (elementární) náboj, všechny náboje jsou jeho celočíselnými násobky.

Elektrický náboj – skalární veličina, značka Q , jednotka C (coulomb)

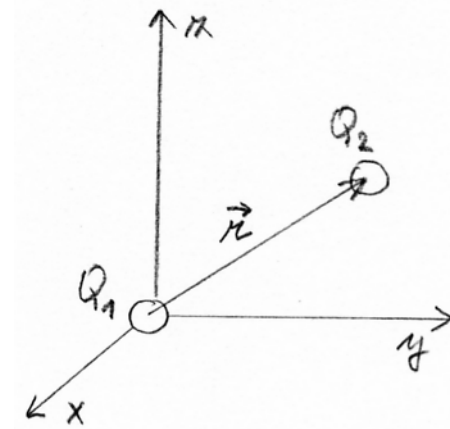
Bodový náboj – model nabitého tělesa, jehož rozměry jsou zanedbatelné vůči jeho vzdálenosti od ostatních těles

2. Coulombův zákon

Coulombův zákon

Mějme bodový náboj Q_1 v počátku soustavy souřadnic a bodový náboj Q_2 v poloze $\vec{r}$. Potom síla, kterou působí náboj Q_1 na náboj Q_2 je

$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$$



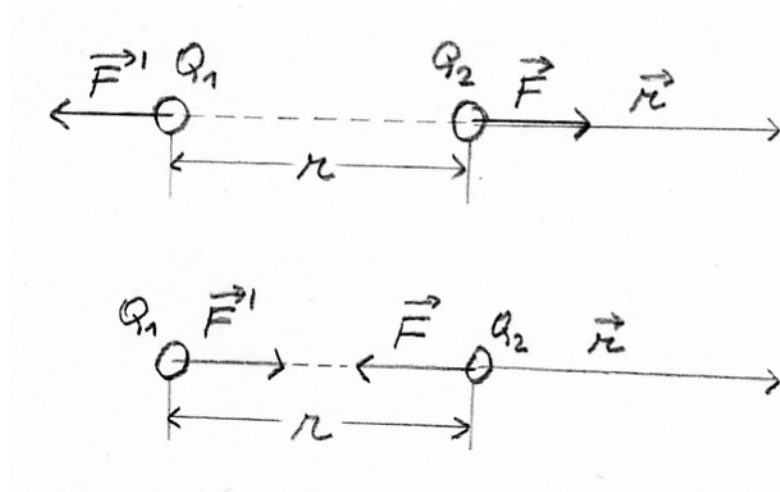
Pro velikost této síly platí

$$F = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$$

2. Coulombův zákon

Náboje se přitahují $\leftrightarrow Q_1 Q_2 < 0$ (náboje různých znamének)

Náboje se odpuzují $\leftrightarrow Q_1 Q_2 > 0$ (náboje stejných znamének)



$$|\vec{F}| = |\vec{F}'|$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$$

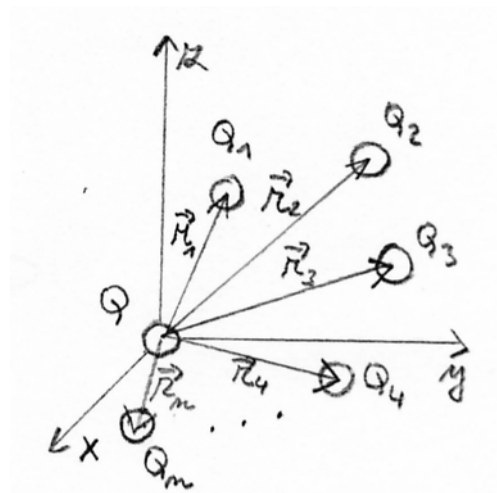
2. Coulombův zákon

Princip superpozice

Mějme n nábojů

$Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ v polohách $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$

Náboj Q je v počátku soustavy souřadnic a působí na něj elektrostatická síla



$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

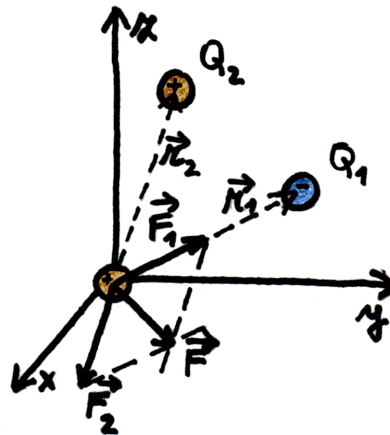
$$\vec{F} = kQ \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$

2. Coulombův zákon

Příklad:

3 náboje

Q_1, Q_2 a Q v polohách $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ a v počátku souřadné soustavy



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_1}{r_1^3} \vec{r}_1 + \frac{QQ_2}{r_2^3} \vec{r}_2 \right)$$

2. Coulombův zákon

Hustota náboje

Spojité rozložení náboje (navíc rovnoměrné)

1. v objemu V

objemová hustota náboje $\rho = Q / V$

2. na ploše o obsahu S

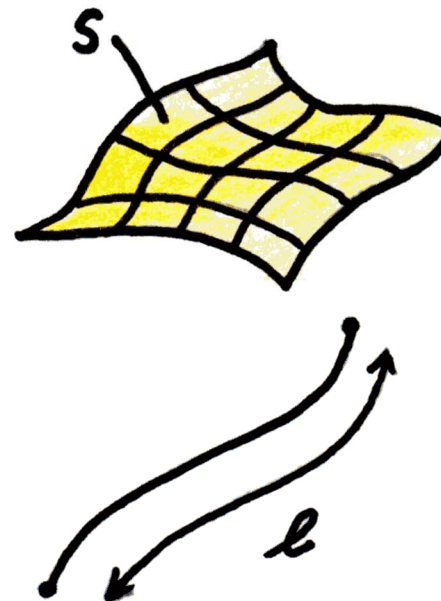
plošná hustota náboje $\sigma = Q / S$

3. na křivce o délce l

plošná hustota náboje $\tau = Q / l$

Výpočet náboje ze známé hustoty

Veličiny $\begin{array}{l} \rightarrow \text{diferenciální} \\ \rightarrow \text{integrální} \end{array}$



3. Intenzita elektrického pole

Intenzita el. pole

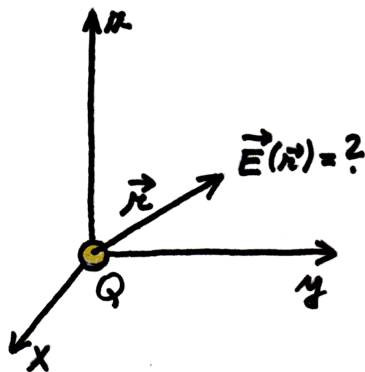
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$[E] = NC^{-1}$$

Intenzita el. pole v daném místě je podíl síly, která by v daném místě působila na bodový náboj a tohoto náboje.

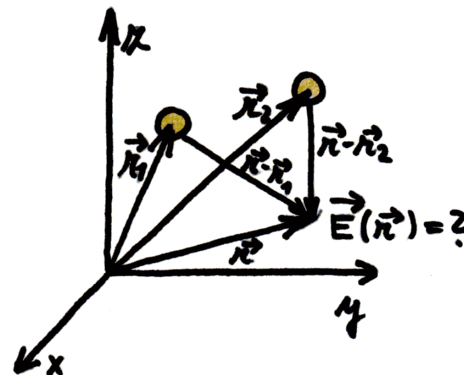
Příklad: intenzita el. pole v okolí

1) bodového náboje



$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{Q}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$$

2) n nábojů

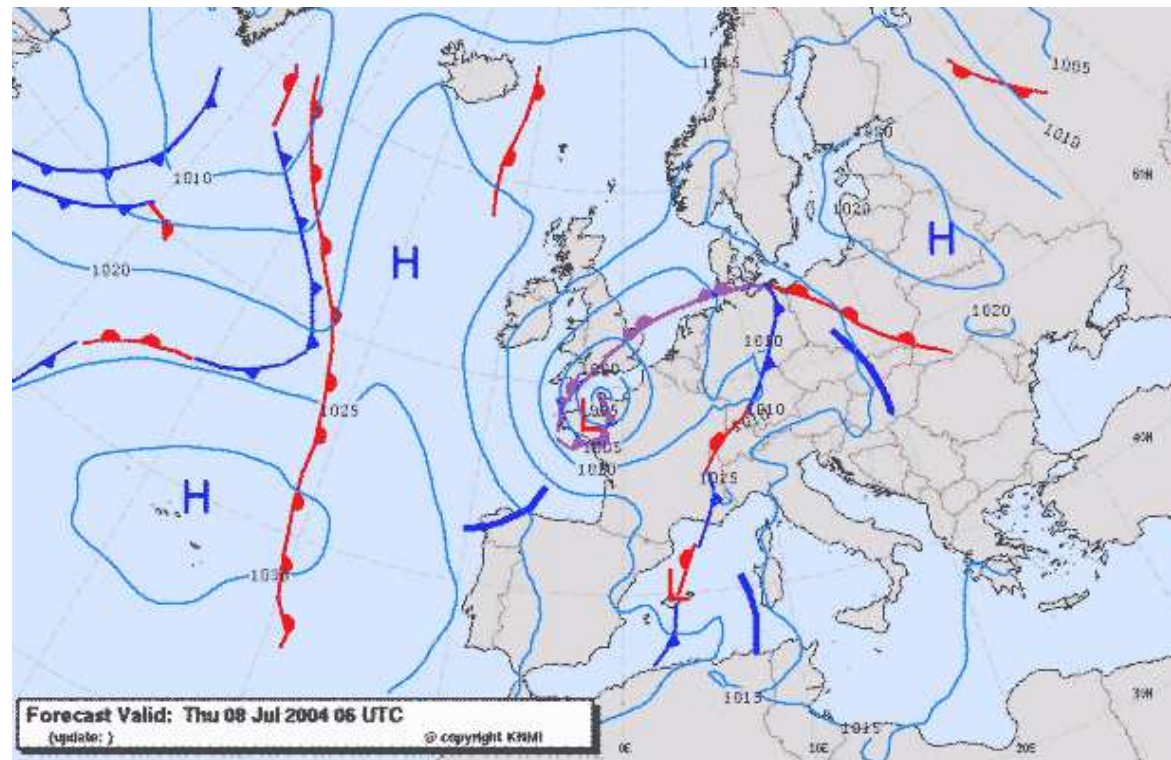


$$\vec{E}(\vec{r}) = k \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{|\vec{r}_i - \vec{r}|^3} (\vec{r}_i - \vec{r})$$

3. Intenzita elektrického pole

Pole – fyzikální veličina, která závisí na poloze (popř. čase)

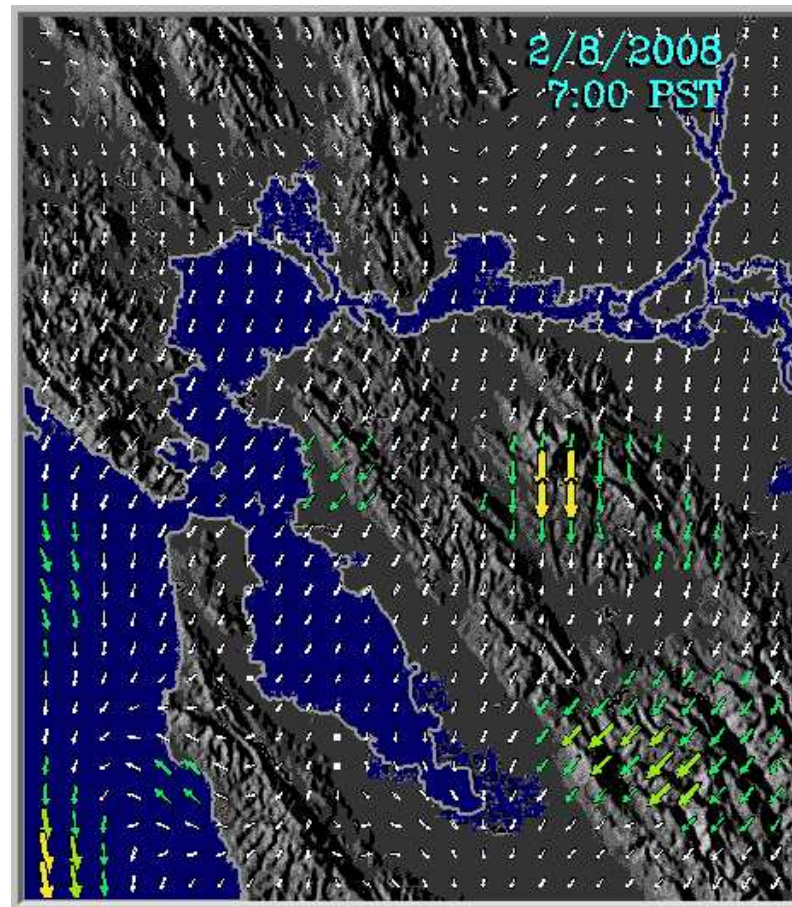
Skalární pole – popsáno v každém bodě prostoru 1 číslem (teplota, tlak, ...)



Izobary – místa o stejném tlaku (světle modrá) použité k popisu skalárního pole tlaku

3. Intenzita elektrického pole

Vektorové pole – popsáno v každém bodě prostoru více čísly (rychlost, intenzita el. pole, ...)



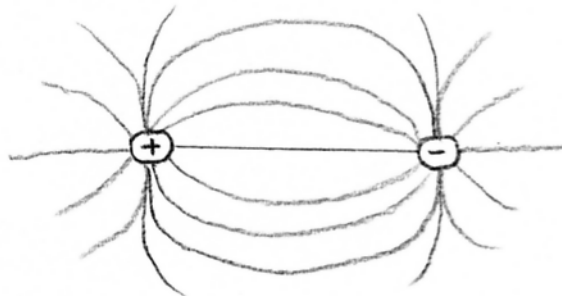
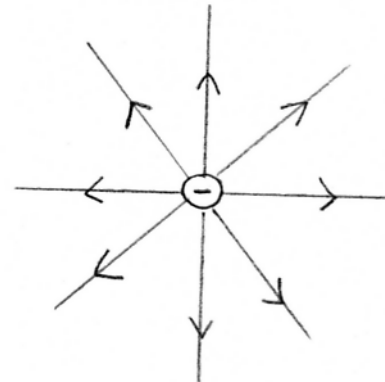
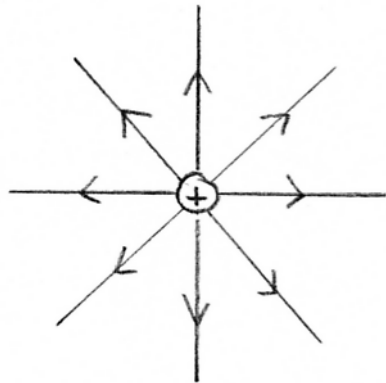
3. Intenzita elektrického pole

Zobrazování elstat. pole

Siločára – myšlená křivka, jejíž tečna v každém bodě má směr pole.

Hustota siločar je úměrná velikosti intenzity pole.

Siločáry se neprotínají, každým bodem prostoru prochází jen jedna.



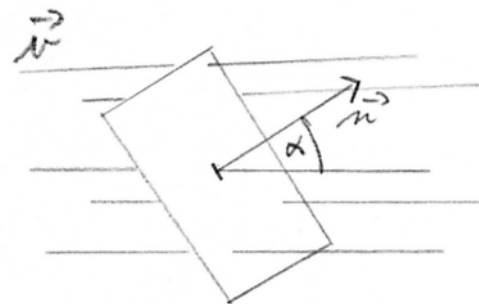
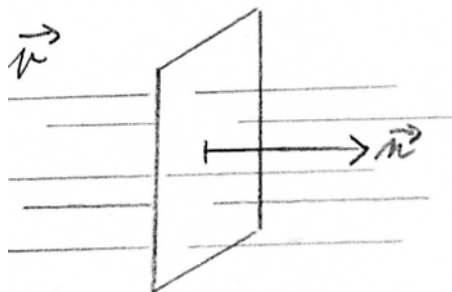
4. Gaussova věta elektrostatiky

Tok veličiny plochou

Příklad: proud vody

Částice se pohybují rychlostí o velikosti v , prochází ploškou o obsahu ΔS .
Objem, který proteče za jednotku času $\Delta \Phi$ (objemový tok) je závislý na úhlu, který svírá vektor rychlosti s rovinou plošky:

$$\Delta \Phi = (v \cos \alpha) \Delta S \quad \text{neboli} \quad \Delta \Phi = \vec{v} \cdot \Delta \vec{S}$$



Zobecnění: **tok** libovolné **veličiny plochou**

4. Gaussova věta elektrostatiky

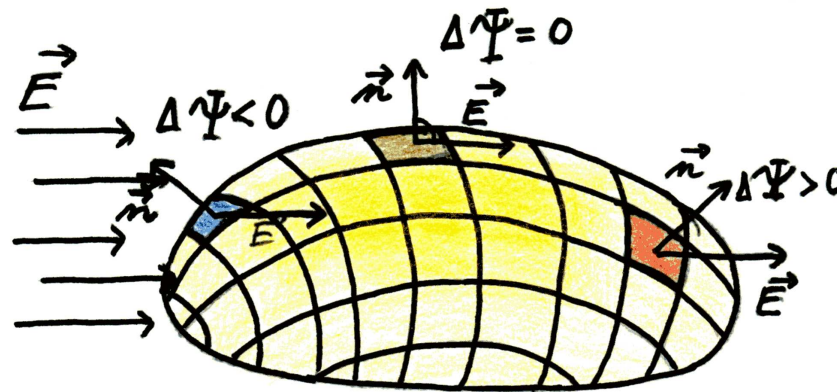
Tok elektrické intenzity

Plocha S rozdělena na elementární plošky o obsahu ΔS , pro které je tok intenzity elektrostatického pole

$$\Delta\Psi = \vec{E} \cdot \Delta\vec{S}, \text{ kde } \Delta\vec{S} = \vec{n} \cdot \Delta S$$

Tok intenzity elektrostatického pole všemi ploškami

$$\Psi = \sum \Delta\Psi = \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{S}$$



Chceme tok spočítat přesněji? Zmenšeme plošky! Ještě přesněji? Ještě zmenšeme ...
... až po limitním přechodu $\Delta S \rightarrow dS$ za použití **plošného integrálu**

$$\Psi = \iint_{\vec{S}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

4. Gaussova věta elektrostatiky

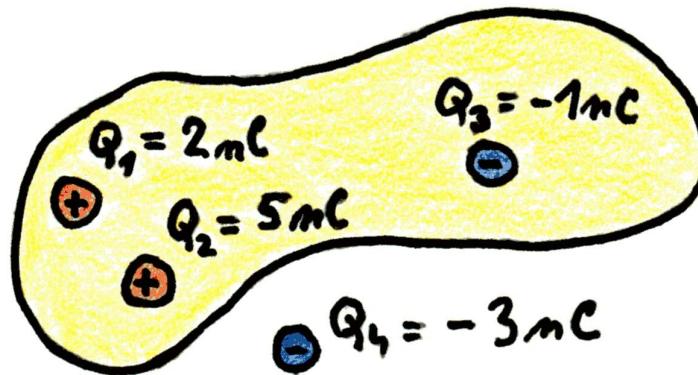
Gaussova věta

Tok intenzity elektrostatického pole libovolnou uzavřenou plochou je roven celkovému náboji obklopenému touto plochou vydělenému permitivitou vakua.

$$\Psi = \oiint_{\vec{S}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_c}{\epsilon_0}$$

Příklad: Spočítejme tok intenzity el. pole plochou, jejíž řez je na obrázku.

Řešení: Počítat plošný integrál? Ne, stačí využít Gaussovy věty $\Psi = Q_c / \epsilon_0$, kde $Q_c = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \dots$



5. Potenciál elektrostatického pole

Práce elektrostatického pole

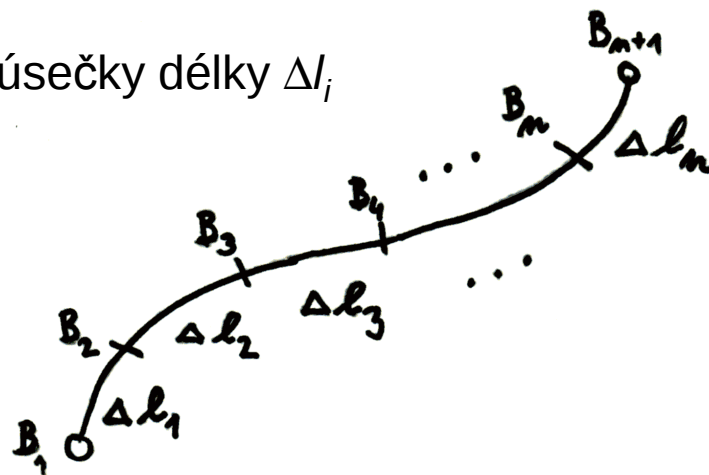
Pole posune náboj q po úsečce délky Δl a vykoná práci $\Delta A = F \Delta l \cos \alpha$

$$\Delta A = q E \Delta l \cos \alpha = q \vec{E} \cdot \Delta \vec{l}$$

Práce pole po křivce?! Rozdělme křivku na úsečky délky Δl_i

Potom je práce

$$A = \sum_i \Delta A = q \sum_i \vec{E}(B_i) \cdot \Delta \vec{l}_i$$



Chceme práci spočítat přesněji? Zmenšeme délku úseček! Ještě přesněji?
Ještě zmenšeme ...

... až po limitním přechodu $\Delta l \rightarrow dl$ za použití **křivkového integrálu**

$$A = q \int_{\vec{l}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

5. Potenciál elektrostatického pole

Potenciální energie W elektrického náboje q v daném bodě elektrostatického pole je práce, kterou vykonají vnější síly při přemístění elektrického náboje z místa o nulové potenciální energii do daného místa

$$W(\vec{r}) = -q \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Potenciál elektrostatického pole

je v daném místě pole dán podílem potenciální energie myšleného náboje a tím nábojem.

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W(\vec{r})}{q}$$

Volba nulové potenciální energie: nekonečno (teorie)
místa vodivě spojená se zemí (praxe)

Napětí mezi dvěma body elektrostatického pole – veličina definovaná jako rozdíl potenciálů v těchto místech.

Pro práci vykonanou polem při přemístění Q mezi místy o napětí U platí

$$A = QU$$

5. Potenciál elektrostatického pole

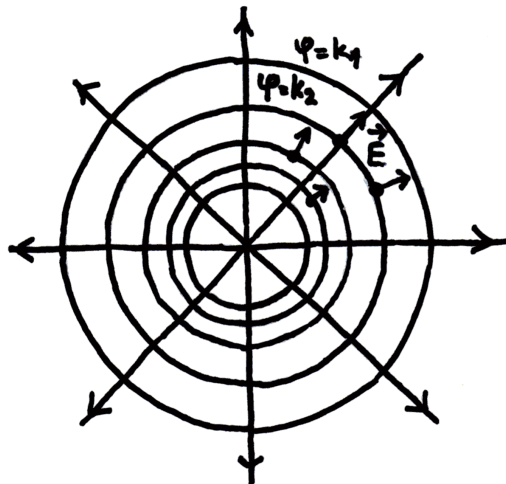
Ekvipotenciální plochy (hladiny) – plochy o stejném potenciálu $\varphi = \text{konst.}$
– znázornění skalárního pole

Vztah potenciálu a intenzity elektrostatického pole

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi \qquad \text{grad} \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$$

Ekvipotenciální plochy jsou **kolmé** na siločáry

Příklad: pole kladného bodového náboje (siločáry a ekvipotenciály)

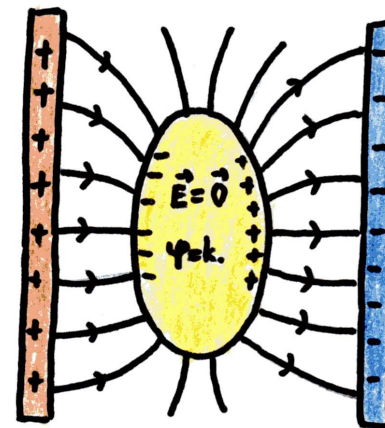


6. Pole vodiče ve vakuu

Vodič – těleso, v němž existují volné el. náboje, které se mohou pod vlivem vnějšího el. pole v celém objemu tělesa pohybovat.

Elektrostatická indukce

- nastane při vložení vodiče do elektrostatického pole
- vyvolání existence makroskopických nábojů na povrchu vodiče



Vlastnosti vodičů v elektrostatickém poli

- elektrické náboje jsou rozloženy na povrchu vodiče
- elektrostatické pole uvnitř vodiče je nulové (Faradayova klec)
- elektrostatický potenciál je v celém objemu vodiče konstantní
- na hrotech vodičů se náboj hromadí, v dutinách je ho málo
- náboje se rozloží jednoznačným způsobem (minimum pot. energie)

6. Pole vodiče ve vakuu

Kapacita vodiče

- poměr náboje a potenciálu na povrchu vodiče

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

Kondenzátor - soustava dvou vodičů (desek, souosých válců,...)
a jeho kapacita

$$C = \frac{Q}{U}$$

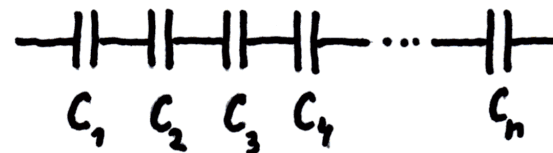
deskový kondenzátor (vakuum)

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Zapojení kondenzátorů

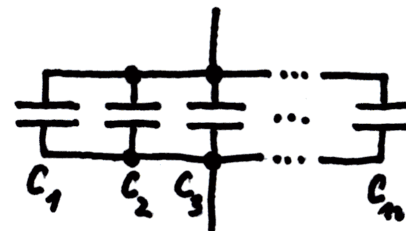
sériové

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$



paralelní

$$C_p = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



6. Pole vodiče ve vakuu

Prostředí mezi elektrodami kondenzátoru

Látkové prostředí mezi deskami

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = \varepsilon \frac{S}{d}$$

Příklad: Jak se změní kapacita při vložení látky mezi elektrody?

Původně mezi deskami vakuum (ε_0) ... kapacita C_0

Nyní látkové prostředí ($\varepsilon_0 \varepsilon_r$) ... kapacita C

Platí $\varepsilon_r = \frac{C}{C_0}$ *tj. zvětšení kapacity!*

Energie nashromážděná v kondenzátoru $W = \frac{1}{2}QU$