2. Integrální počet polí

Úloha 1
Dokažte, že $\vec{\varphi}$ je parametrické zadání křivky:
a) $\vec{\varphi} = (t, t + 1), t \in R$, přímka $y = x + 1$.
b) $\vec{\varphi} = (r \cos t, r \sin t), t \in (0, 2\pi)$, kružnice o poloměru r se středem v počátku soustavy souřadnic.

Úloha 2
Vypočtěte pomocí křivkového integrálu práci pole $\vec{F}$ po křivce $\vec{l}$:
a) $\vec{l}(t) = (t, 0), t \in (0, 2), \vec{F}(x, y) = (0, 1)$
b) $\vec{l}(t) = (t, t - 1), t \in (0, 1), \vec{F}(x, y) = (1, 1)$
c) $\vec{l}(t) = (t, t^2), t \in (0, 1), \vec{F}(x, y) = (x - y, x + y)$
d) $\vec{l}(t) = (\cos t, \sin t, 0), t \in (0, 2\pi), \vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$

Úloha 3
Dokažte, že $\vec{\sigma}$ je parametrické zadání plochy:
a) $\vec{\sigma} = (1 - u - v, u, v), u, v \in R$, rovina $z = 1 - x - y$.
b) $\vec{\sigma} = (r \cos\varphi \sin\vartheta, r \sin\varphi \sin\vartheta, r \cos\vartheta), \varphi \in (0, 2\pi), \vartheta \in (0, \pi)$, kulová plocha o poloměru r se středem v počátku soustavy souřadnic.

Úloha 4
Pomocí plošného integrálu vypočítejte tok vektorového pole $\vec{F}$ plochou $\vec{S}$, použijte vektor vnější normály:
a) $\vec{S}(u, v) = (0, u, v), u, v \in (1, 2), \vec{F}(x, y, z) = (0, y, z)$
b) $\vec{S}(u, v) = (u-v, 2u-v, u+v), u, v \in (0, 1), \vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$, srovnejte použití obou voleb normálových vektorů
c) $\vec{S}(u, v) = (\cos u \sin v, \sin u \sin v, \cos v), u \in (0, 2\pi), v \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), \vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$