

1. Diferenciální počet polí

Úloha 1

Vypočtěte rychlost a zrychlení bodu, jehož pohyb je popsán vektorovým polem

- a) $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, 0)$,
- b) $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$,
- c) $\vec{r}(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t, 0)$.

Úloha 2

Určete gradient skalárního pole

- a) $u(x, y, z) = x + y + z$,
- b) $u(x, y, z) = \cos x + e^y z + xyz$,
- c) $u(x, y, z) = r$, $\vec{r} = (x, y, z)$ je polohový vektor.

Úloha 3

Určete divergenci a rotaci vektorového pole

- a) $\vec{F}(x, y, z) = (x + y, -x + y, -2z)$,
- b) $\vec{F}(x, y, z) = (2y, 2x + 3z, 3y)$,
- c) $\vec{F}(x, y, z) = (x^2 - z^2, 2, 2xz)$.

Úloha 4

Dokažte, že pro libovolná skalární pole u, v a libovolné vektorové pole \vec{a} platí

- a) $\text{rot grad } u = \vec{0}$,
- b) $\text{div rot } \vec{a} = 0$,
- c) $\text{div grad } u = \Delta u$,
- d) $\text{grad}(u + v) = \text{grad } u + \text{grad } v$.